



TUGAS AKHIR - SM141501

**DESAIN SISTEM KENDALI LINEAR QUADRATIC
REGULATOR (LQR) UNTUK KESTABILAN
TERBANG LSU-05**

HERI PURNAWAN
NRP 1211 100 024

Pembimbing:
Dr. Dra. Mardijah, MT
Ir. Eko Budi Purwanto, MT

JURUSAN MATEMATIKA
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2015

Halaman ini sengaja dikosongkan.



FINAL PROJECT - SM141501

**DESIGN OF LINEAR QUADRATIC REGULATOR
(LQR) CONTROL SYSTEM FOR FLIGHT STABILITY
OF LSU-05**

HERI PURNAWAN
NRP 1211 100 024

Supervisors:
Dr. Dra. Mardlijah, MT
Ir. Eko Budi Purwanto, MT

DEPARTMENT OF MATHEMATICS
Faculty of Mathematics and Natural Sciences
Sepuluh Nopember Institute of Technology
Surabaya 2015

Halaman ini sengaja dikosongkan.

LEMBAR PENGESAHAN

DESAIN SISTEM KENDALI LINEAR QUADRATIC REGULATOR (LQR) UNTUK KESTABILAN TERBANG LSU-05

DESIGN OF LINEAR QUADRATIC REGULATOR (LQR) CONTROL SYSTEM FOR FLIGHT STABILITY OF LSU-05

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat
Untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Pada Bidang Studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh :
HERI PURNAWAN
NRP. 1211 100 024

Menyetujui,

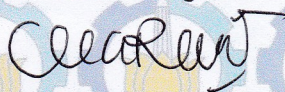
Pembimbing II,



Ir. Eko Budi Purwanto, MT

NIP. 19620203 199002 1 001

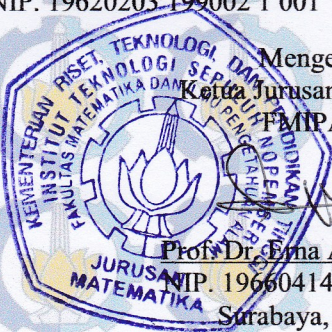
Pembimbing I,



Dr. Dra. Mardlijah, MT

NIP. 19670114 199102 2 001

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
FMIPA ITS



Prof. Dr. Ema Apriliani, M.Si

NIP. 19660414 199102 2 001

Surabaya, Juli 2015

DESAIN SISTEM KENDALI LINEAR QUADRATIC REGULATOR (LQR) UNTUK KESTABILAN TERBANG LSU-05

Nama Mahasiswa : Heri Purnawan
NRP : 1211 100 024
Jurusan : Matematika FMIPA-ITS
Pembimbing : 1. Dr. Dra. Mardlijah, MT
2. Ir. Eko Budi Purwanto, MT

Abstrak

Lapan Surveillance UAV-05 (LSU-05) adalah pesawat terbang tanpa awak didesain untuk waktu jelajah (endurance) 6 jam, dengan kecepatan jelajah rata-rata 30 m/s. Misi LSU-05 adalah untuk pemotretan dari udara (surveillance) yang kegiatan mencakup penelitian, observasi, pemantauan kemacetan dan investigasi bencana alam. Agar bisa menjalankan misi tersebut LSU-05 harus dapat terbang stabil, dan untuk itu harus dilengkapi dengan sistem kendali. Langkah awal adalah pemodelan matematika yang sudah diturunkan menggunakan metode first principle dan diwujudkan dalam bentuk persamaan keadaan dalam gerak longitudinal dan lateral-direksional. Langkah berikutnya adalah identifikasi dan validasi persamaan keadaan menggunakan identification system toolbox Matlab dengan masukan data dummy. Selanjutnya perancangan dan simulasi sistem kendali yang didasarkan pada persamaan keadaan yang sudah divalidasi. Hasil simulasi menunjukkan bahwa kontroler LQR memiliki kinerja yang cukup baik. Diperoleh nilai parameter kendali untuk gerak longitudinal adalah nilai $t_d = 0.221$ s, $t_r = 0.419$ s, $t_s = 0.719$ s, $t_p = 1.359$ s dan $M_p = 0\%$. Sedangkan untuk gerak lateral-direksional diperoleh nilai $t_d = 0.186$ s, $t_r = 0.515$ s, $t_s = 0.87$ s, $t_p = 2.02$ s dan $M_p = 0\%$.

Kata-kunci: LSU-05, Gerak Longitudinal, Gerak Lateral-Direksional, LQR

Halaman ini sengaja dikosongkan.

DESIGN OF LINEAR QUADRATIC REGULATOR (LQR) CONTROL SYSTEM FOR FLIGHT STABILITY OF LSU-05

Name : Heri Purnawan
NRP : 1211 100 024
Department : Mathematics FMIPA-ITS
Supervisors : 1. Dr. Dra. Mardijah, MT
2. Ir. Eko Budi Purwanto, MT

Abstract

Lapan Surveillance UAV-05 (LSU-05) is aircraft without the crew which designed to the cruiser (endurance) 6 hours, at cruising average 30 m/s. Mission LSU-05 is for shooting of air (surveillance activities include) research, observation, the congestion and investigative natural disasters. In order to run the mission LSU-05 must be a stable and therefore should be equipped with control system. The first step is a mathematical modeling already lowered in a first principle and realized in the form of the equation of state with which the longitudinal and lateral-direksional. The next step is validation and identification system uses a toolbox Matlab with input data of dummy. The next design and simulated control system based on similarities state has been validated. The results show that the simulation controller LQR have good performance. Parameters obtained value $t_d = 0.221$ s, $t_r = 0.419$ s, $t_s = 0.719$ s, $t_p = 1.359$ s and $M_p = 0\%$. While for motion lateral-direksional obtained the value of $t_d = 0.186$ s, $t_r = 0.515$ s, $t_s = 0.87$ s, $t_p = 2.02$ s and $M_p = 0\%$.

Key-words: LSU-05, Longitudinal Motion, Lateral-Direksional Motion, LQR

Halaman ini sengaja dikosongkan.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Alhamdulillahirobbil'aalamiin, segala puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT yang telah memberikan limpahan rahmat, petunjuk serta hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul

"DESAIN SISTEM KENDALI LINEAR QUADRATIC REGULATOR (LQR) UNTUK KESTABILAN TERBANG LSU-05"

sebagai salah satu syarat kelulusan Program Sarjana Jurusan Matematika FMIPA Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Tugas Akhir ini dapat terselesaikan dengan baik berkat bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih dan penghargaan kepada:

1. Ibu Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si selaku Ketua Jurusan Matematika FMIPA ITS Surabaya.
2. Ibu Dr. Dra. Mardijah, MT dan Bapak Ir. Eko Budi Purwanto, MT selaku pembimbing Tugas Akhir atas segala bimbingan dan motivasinya kepada penulis dalam mengerjakan Tugas Akhir ini sehingga dapat terselesaikan dengan baik.
3. Bapak Drs. Lukman Hanafi, M.Sc, Bapak Drs. Suharmadi Sanjaya, M.Phil. dan Bapak Drs. Sadjidon, M.Si selaku dosen penguji atas semua saran yang telah diberikan demi perbaikan Tugas Akhir ini.
4. Bapak Dr. Chairul Imron, MI.Komp. selaku koordinator Tugas Akhir.

5. Bapak Dr. Subiono, M.Sc selaku dosen wali yang telah memberikan arahan akademik selama penulis menempuh pendidikan di Jurusan Matematika FMIPA ITS.
6. Bapak Drs. Ari Sugeng Budiyanta, M.Eng selaku Kepala Bidang Teknologi Avionik yang telah memberikan kesempatan dalam pengerjaan Tugas Akhir di Bidang Teknologi Avionik, Pusat Teknologi Penerbangan, LAPAN.
7. Bapak dan Ibu dosen serta para staf Jurusan Matematika FMIPA ITS yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.

Apabila dalam penulisan Tugas Akhir ini masih terdapat kekurangan, maka penulis mengharapkan kritik dan saran yang bersifat membangun demi kesempurnaan Tugas Akhir ini. Akhirnya, penulis berharap semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi banyak pihak.

Surabaya, Juli 2015

Penulis

Special Thank's To

Keberhasilan penulisan Tugas Akhir ini tidak lepas dari orang-orang terdekat penulis. Oleh sebab itu, penulis mengucapkan terima kasih kepada :

1. Kedua orang tua ku tercinta terima kasih atas segala doanya, juga kasih sayang dan pendidikan yang selalu dicurahkan kepada penulis selama ini, *I love u so..*
2. Teman seperjuanganku, Anas, yang telah menjadi sahabat mulai dari Kerja Praktek sampai Tugas Akhir di Bidang Teknologi Avionik, Pustekbang, LAPAN.
3. Teman-teman dari UGM dan STTA, Yoga, Prima, Husain, Izhar, Evan, Aris, Yuliver, Hadi, yang menjadi teman-teman seperjuanganku Tugas Akhir di LAPAN.
4. Mas Vian, mas Yanuar, dan karyawan-karyawan di Bidang Teknologi Avionik, atas bantuannya selama penulis melakukan Tugas Akhir.
5. Bu Ning yang telah menyediakan makan pagi dan malam selama penulis melakukan Tugas Akhir di LAPAN.
6. Teman-teman seperjuangan Tugas Akhir angkatan 2011, yang saling mendukung dan memotivasi satu sama lain.
7. Teman-teman kabinet HIMATIKA Bersahabat, terima kasih atas dukungan dan doa kalian selama ini. Senang sekali bisa berada di tengah-tengah orang hebat seperti kalian.
8. Semua pihak yang tak bisa penulis sebutkan satu-persatu, terima kasih telah membantu sampai terselesaikannya Tugas Akhir ini.

Halaman ini sengaja dikosongkan.

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	vi
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xv
DAFTAR GAMBAR	xix
DAFTAR TABEL	xxi
DAFTAR SIMBOL	xxiii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Batasan Masalah.....	3
1.4 Tujuan	3
1.5 Manfaat	3
1.6 Sistematika Penulisan	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 LSU-05	5
2.2 <i>Surface Control</i>	7
2.3 Sistem Salib Sumbu	7
2.3.1 Sistem Sumbu Badan	8
2.3.2 Sistem Sumbu Bumi.....	9
2.3.3 Sistem Sumbu Angin	10

2.3.4	Transformasi Sumbu Koordinat Pesawat ..	11
2.4	Penurunan Persamaan Gerak Pesawat	15
2.4.1	Gerak Translasi	16
2.4.2	Gerak Rotasi	18
2.4.3	Kinematika Sudut Sikap Terbang	21
2.4.4	Linierisasi	22
2.4.5	Persamaan Keadaan Gerak Longitudinal ..	30
2.4.6	Persamaan Keadaan Gerak Lateral-Direksional	34
2.5	Keterkontrolan dan Keteramatan	37
2.6	Sistem Kendali LQR	38
2.7	Hubungan LQR dengan Persamaan Riccati	40
2.8	LQR dengan Aksi Integral	42
BAB III	METODE PENELITIAN	47
3.1	Studi Literatur	47
3.2	Pemodelan Persamaan Keadaan LSU-05	47
3.3	Perancangan Sistem Kendali	48
3.4	Simulasi dan Pembahasan	48
3.5	Penarikan Kesimpulan	49
BAB IV	ANALISIS HASIL SIMULASI	51
4.1	Persamaan Keadaan Gerak Longitudinal LSU-05	51
4.2	Simulasi Gerak Longitudinal dengan LQR	53
4.3	Simulasi Gerak Longitudinal Terhadap Gangguan dengan LQR	56
4.3.1	Simulasi Gerak Longitudinal Terhadap Gangguan Internal	56
4.3.2	Simulasi Gerak Longitudinal Terhadap Gangguan Eksternal	57
4.4	Simulasi Gerak longitudinal dengan <i>Tracking Setpoint</i>	59
4.5	Persamaan Keadaan Gerak Lateral-Direksional LSU-05	60

4.6	Simulasi Gerak Lateral-Direksional dengan LQR	62
4.7	Simulasi Gerak Lateral-Direksional Terhadap Gangguan dengan LQR	65
4.7.1	Simulasi Gerak Lateral-Direksional Terhadap Gangguan Internal	65
4.7.2	Simulasi Gerak Lateral-Direksional Terhadap Gangguan Eksternal	66
4.8	Simulasi Gerak Lateral-Direksional dengan <i>Tracking Setpoint</i>	69
4.9	Perbandingan Respon <i>Transient</i> antara LQR dan SMC pada LSU-05	69
BAB V	PENUTUP	71
5.1	Kesimpulan	71
5.2	Saran	72
	DAFTAR PUSTAKA	73
	LAMPIRAN A <i>Source Code</i>	77
	LAMPIRAN B Sinyal Gangguan Eksternal	79
	LAMPIRAN C Biodata Penulis	83

Halaman ini sengaja dikosongkan.

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Spesifikasi LSU-05	6
Tabel 2.2	Komponen Arah Gaya, Momen dan Kecepatan pada Sumbu (X_B, Y_B, Z_B)	9
Tabel 2.3	Matriks Output pada Gerak Longitudinal	33
Tabel 2.4	Matriks Output pada Gerak Lateral-Direksional	36
Tabel 4.1	Relasi <i>State</i> dan Nilai Matriks \hat{Q}	54
Tabel 4.2	Perbandingan Respon Sudut <i>Pitch</i>	56
Tabel 4.3	Perbandingan Respon <i>Transient</i> Sudut <i>Pitch</i> Terhadap Perubahan Parameter yang Diperkecil dan Diperbesar	57
Tabel 4.4	Relasi <i>State</i> dan Nilai Matriks \hat{Q}	63
Tabel 4.5	Perbandingan Respon Sudut <i>Roll</i>	65
Tabel 4.6	Perbandingan Respon <i>Transient</i> Sudut <i>Roll</i> Terhadap Perubahan Parameter yang Diperkecil dan Diperbesar	66
Tabel 4.7	Perbandingan Respon Sudut <i>Pitch</i> dan Sudut <i>Roll</i> antara LQR dan SMC	70

Halaman ini sengaja dikosongkan.

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	<i>Mock Up</i> LSU-05	5
Gambar 2.2	Sistem Kendali Permukaan Pesawat	7
Gambar 2.3	Sistem Sumbu Badan Pesawat	8
Gambar 2.4	Sistem Sumbu Bumi	10
Gambar 2.5	Sistem Sumbu Angin.....	10
Gambar 2.6	Rotasi Terhadap Sumbu X_B	11
Gambar 2.7	Rotasi Terhadap Sumbu Y_B	13
Gambar 2.8	Rotasi Terhadap Sumbu Z_B	14
Gambar 2.9	Komponen Gaya Gravitasi	17
Gambar 2.10	Hubungan Sudut Pergerakan Euler dan Kecepatan Angular Pesawat	22
Gambar 2.11	Sumbu Stabilitas Kondisi Keseimbangan dan Gangguan LSU-05	31
Gambar 2.12	Diagram Blok Sistem Kendali LQR tanpa Masukan	39
Gambar 2.13	Diagram Blok Sistem Kendali LQR dengan Aksi Integral	45
Gambar 3.1	Alur Penelitian	49
Gambar 4.1	Blok Simulasi Gerak Longitudinal dengan LQR	55
Gambar 4.2	Keluaran Sudut <i>Pitch</i> dengan Masukan Sinyal <i>Step</i>	55
Gambar 4.3	Simulasi Sudut <i>Pitch</i> Terhadap Perubahan Parameter yang Diperkecil dan Diperbesar .	57
Gambar 4.4	Perbandingan Respon Sudut <i>Pitch</i> dengan Gangguan <i>Impulse</i> 2 N dan 4.25 N	58

Gambar 4.5	Perbandingan Respon Sudut <i>Pitch</i> dengan Gangguan <i>Square</i> 0.5 N dan 2.25 N	59
Gambar 4.6	Respon Sudut <i>Pitch</i> Terhadap Perubahan <i>Setpoint</i>	60
Gambar 4.7	Blok Simulasi Gerak Lateral-Direksional dengan LQR	64
Gambar 4.8	Keluaran Sudut <i>Roll</i> dengan Masukan Sinyal <i>Step</i>	64
Gambar 4.9	Simulasi Sudut <i>Roll</i> Terhadap Perubahan Parameter yang Diperkecil	66
Gambar 4.10	Perbandingan Respon Sudut <i>Roll</i> dengan Gangguan <i>Impulse</i> 0.5 N dan 1.2 N	67
Gambar 4.11	Perbandingan Respon Sudut <i>Roll</i> dengan Gangguan <i>Square</i> 0.25 N dan 1 N	68
Gambar 4.12	Respon Sudut <i>Roll</i> Terhadap Perubahan <i>Setpoint</i>	69

Daftar Simbol

X	Gaya pada sumbu x .
Y	Gaya pada sumbu y .
Z	Gaya pada sumbu z .
P	Kecepatan sudut pada sumbu x .
Q	Kecepatan sudut pada sumbu y .
R	Kecepatan sudut pada sumbu z .
U	Kecepatan linier pada sumbu x .
V	Kecepatan linier pada sumbu y .
W	Kecepatan linier pada sumbu z .
L	Momen <i>rolling</i> .
M	Momen <i>pitching</i> .
N	Momen <i>yawing</i> .
ϕ	Sudut <i>roll</i> .
θ	Sudut <i>pitch</i> .
ψ	Sudut <i>yaw</i> .
I_{ii}	Momen inersia dan produk inersia $i \neq j$.
α	Sudut serang.
β	Sudut slip samping.
x	Varibel keadaan.
y	Keluaran.
H	Matriks Hamiltonian.
\hat{Q}	Matriks semidefinit positif.
\hat{R}	Matriks definit positif.
δ_e	Defleksi <i>elevator</i> .
δ_T	Defleksi <i>throttle</i> .
δ_a	Defleksi <i>aileron</i> .
δ_r	Defleksi <i>rudder</i> .

Halaman ini sengaja dikosongkan.

BAB I

PENDAHULUAN

Pada bab ini dijelaskan hal-hal yang melatarbelakangi munculnya permasalahan yang dibahas dalam Tugas Akhir ini. Kemudian permasalahan tersebut disusun kedalam suatu rumusan masalah. Selanjutnya dijabarkan juga batasan masalah untuk mendapatkan tujuan yang diinginkan serta manfaat yang dapat diperoleh. Adapun sistematika penulisan Tugas Akhir diuraikan pada bagian akhir bab ini.

1.1 Latar Belakang

Pada beberapa tahun terakhir, dunia penerbangan telah mengalami perkembangan yang cepat. Banyak perkembangan terjadi, diantaranya adalah dibuatnya wahana terbang tak berawak atau pesawat terbang tanpa awak yang umum disebut *Unmanned Aerial Vehicle* (UAV). Membuat sebuah pesawat terbang tanpa awak dibutuhkan penelitian dari berbagai disiplin ilmu, termasuk instrumen-instrumen penunjangnya. Salah satunya adalah sistem kendali, sehingga UAV dapat terbang mandiri dalam menjalankan misi yang diberikan kepadanya[1].

Pemanfaatan dibedakan atas dua keperluan yaitu: UAV untuk keperluan militer seperti untuk target *drone*, untuk pesawat mata-mata, patroli di daerah perbatasan, dan sejenisnya. Sedangkan untuk keperluan sipil anatar lain, untuk pencarian dan penyelamatan korban bencana alam, monitoring hutan, monitoring lalu lintas, pemotretan dari udara pada lahan panen, pemetaan dan tata kota, dan sebagainya. UAV dapat digunakan untuk pekerjaan dengan resiko tinggi, seperti memata-matai musuh pada saat perang, atau misi penyelamatan di daerah bahaya radiasi, dan

sejenisnya. UAV dengan ukuran yang mini tidak mengeluarkan suara bising layaknya pesawat. Dengan warna yang dikaburkan, maka UAV dapat terbang menyatu dengan langit dan sulit diketahui oleh manusia. Oleh karena itu, UAV banyak digunakan oleh departemen pertahanan untuk melakukan pengawasan wilayah[1].

Salah satu penelitian dan pengembangan UAV di Indonesia dilakukan oleh Pusat Teknologi Penerbangan (Pustekbang) LAPAN. Salah satu jenis UAV LAPAN yang dijadikan penelitian dalam tugas akhir ini adalah Lapan *Surveillance* UAV-05 (LSU-05). Menurut spesifikasi yang ditetapkan, LSU-05 dirancang untuk dapat terbang *nonstop* 200 km dengan *endurance* minimal 6 jam, dengan rata-rata kecepatan jelajah 30 m/s. Misi LSU-05 adalah untuk kegiatan penelitian, observasi, patroli, pengawasan perbatasan wilayah dan investigasi bencana alam[2].

Pesawat LSU-05 dikembangkan menjadi pesawat terbang dengan sistem kendali mandiri (*autonomous system*). Untuk mewujudkan gagasan tersebut, maka pesawat harus dilengkapi dengan system kendali yang sesuai dan handal. Oleh karena itu, pada tugas akhir ini, dirancang sistem kendali *Linear Quadratic Regulator* (LQR). Metode LQR dipilih karena mampu mengatasi gangguan-gangguan besar yang terjadi pada kestabilan sistem dengan tanpa mengurangi performansi kerja serta dapat mengatasi gangguan yang terjadi sebelumnya dalam waktu yang lebih singkat[3,4]. Dengan menggunakan kontroler LQR diharapkan karakteristik respon LSU-05 sesuai dengan rancangan dan mempunyai kestabilan terbang.

1.2 Rumusan Masalah

Permasalahan yang dibahas pada tugas akhir ini adalah bagaimana merancang sistem kendali LQR dan mendapatkan nilai parameter kendali untuk menjaga kestabilan terbang LSU-05 dengan masukan berupa defleksi *elevator* dan defleksi *aileron*.

1.3 Batasan Masalah

Batasan-batasan masalah dalam tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Model dinamika terbang UAV diturunkan dalam gerak longitudinal dan lateral-direksional dalam bentuk persamaan keadaan (*state space*).
2. Pengendalian pada kondisi terbang *cruise*.
3. Identifikasi parameter dilakukan dengan data *dummy* defleksi *elevator mode* 3211.
4. Metode kendali yang digunakan adalah LQR.
5. Variabel yang dikendalikan adalah *pitch* dan *roll*.
6. *Software* yang digunakan untuk simulasi adalah MATLAB2012b.

1.4 Tujuan

Adapun tujuan tugas akhir ini adalah merancang sistem kendali LQR dan mendapatkan nilai parameter kendali untuk menjaga kestabilan terbang LSU-05 dengan masukan berupa defleksi *elevator* dan defleksi *aileron*.

1.5 Manfaat

Adapun manfaat dari tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Memberikan kontribusi untuk perkembangan ilmu pengetahuan khususnya teknik kendali untuk UAV.
2. Hasil simulasi dapat dipakai sebagai referensi dalam implementasi ke perangkat keras (*hardware*) sistem kendali pada LSU-05.

1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan Tugas Akhir ini disusun dalam lima bab, yaitu:

1. BAB I PENDAHULUAN

Bab ini berisi tentang gambaran umum dari penulisan Tugas Akhir yang meliputi latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat, dan sistematika penulisan.

2. BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Dalam bab ini diuraikan mengenai LSU-05, *surface control* dan sistem sumbu pesawat, model matematika UAV diturunkan dalam gerak longitudinal dan lateral-direksional dalam bentuk persamaan keadaan dan sistem kendali LQR.

3. BAB III METODE PENELITIAN

Pada bab ini dijelaskan tahapan-tahapan yang dilakukan dalam pengerjaan tugas akhir. Tahapan-tahapan tersebut antara lain studi literatur, pemodelan persamaan keadaan dari LSU-05, perancangan sistem kendali LQR, selanjutnya dilakukan simulasi dan analisis terhadap hasil yang didapat. Tahap terakhir adalah melakukan penarikan kesimpulan berdasarkan hasil analisis dan pembahasan yang telah dilakukan.

4. BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Dalam bab ini berisi tentang persamaan keadaan gerak longitudinal dan lateral-direksional dari LSU-05, uji keterkontrolan (*controllability*) dan keteramatan (*observability*) sistem, perancangan dan simulasi sistem kendali LQR pada LSU-05 serta penjelasan mengenai hasil simulasi yang diperoleh.

5. BAB V PENUTUP

Bab ini berisi kesimpulan akhir yang diperoleh dari tugas akhir serta saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini ditunjukkan bentuk fisik (*mock up*) dan spesifikasi dari LSU-05, serta diuraikan tentang sistem kendali permukaan (*surface control*) dan sistem salib sumbu yang digunakan dalam analisis gerak pesawat. Selain itu dijelaskan pula penurunan model matematika pesawat dalam bentuk persamaan keadaan dan teori kendali optimal yang meliputi: matriks definit positif, matriks semidefinit positif, persamaan aljabar Riccati dan LQR.

2.1 LSU-05

Sebagai *plant* yang digunakan pada tugas akhir ini adalah LSU-05, dengan *mock up* dan spesifikasi[5] dapat dilihat pada Gambar 2.1 dan Tabel 2.1.



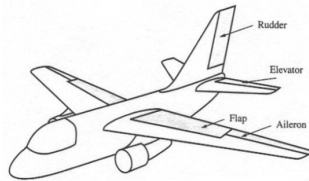
Gambar 2.1: *Mock Up* LSU-05

Tabel 2.1: Spesifikasi LSU-05

Simbol	Nama	Besaran	Keterangan
MTOW	Maximum Take Off Weight	75,08	$W = mg$
m	Massa total	7,7346 kg	massa pesawat termasuk muatan bahan bakar
U_0	Kecepatan <i>cruise</i>	27,78 m/s	Kecepatan UAV pada saat keadaan <i>cruise</i>
b	Panjang bentang sayap	5,5 m	bentang sayap
S	Luas Permukaan sayap	$3,32 \text{ m}^2$	
h	Tinggi terbang	6000 m	
ρ	Rho udara	$0,6601 \text{ kg/m}^3$	Kerapatan udara di 6000 m
t	Lama terbang	6 jam	Lama terbang berdasarkan bahan bakar
π	Phi	3,14	
λ	Gamma	$\pi/180$	
q	Kecepatan rotasi	$0.5 \cdot \rho \cdot U_0^2$	Kecepatan terhadap sumbu-y
e	Bilangan Oswald	0,9	
mach	Bilangan mach	0,5	

2.2 Surface Control

Sistem kendali permukaan[6] sebuah pesawat terdiri atas: *aileron*, *elevator*, *rudder*, *throttle* dan *flaps*. Posisi masing - masing komponen tersebut seperti ditampilkan pada Gambar 2.2[6].



Gambar 2.2: Sistem Kendali Permukaan Pesawat

Flaps digunakan untuk menambah gaya angkat pesawat. *Aileron* adalah kontrol permukaan untuk menggerakkan dan mengontrol gerak guling (*roll*) pesawat. Sebagai contoh, ketika *aileron* sebelah kiri turun kebawah sedangkan *aileron* kanan naik ke atas, maka gaya angkat pada sayap kiri akan bertambah sedangkan pada sayap kanan gaya angkatnya berkurang, keadaan ini menyebabkan pesawat akan berguling (*rolling*) kearah kanan. *Elevator* adalah kontrol permukaan yang mengatur gerak angguk (*pitching*) naik atau turun pesawat. Ketika *elevator* turun ke bawah maka gaya angkat pada ekor pesawat akan bertambah dan menyebabkan ekor pesawat akan tertarik untuk naik sementara hidung pesawat akan turun ke bawah. *Rudder* adalah kontrol permukaan untuk membelokkan hidung pesawat ke kanan atau ke kiri. Jika defleksi *rudder* ke kanan, maka tekanan di sisi kanan ekor vertikal lebih tinggi, sehingga hidung pesawat berbelok ke kanan.

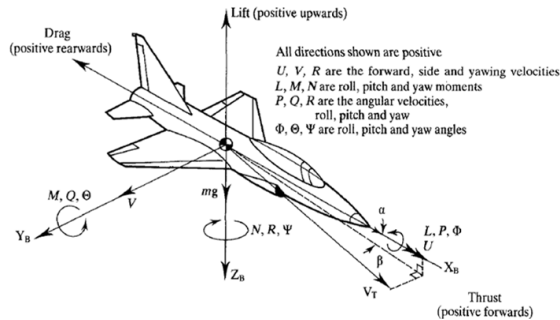
2.3 Sistem Salib Sumbu

Pada pesawat terdapat tiga sumbu koordinat yang digunakan untuk keperluan analisis gerak. Ketiga sumbu koordinat tersebut adalah sumbu yang mengacu pada badan pesawat, sumbu yang mengacu pada bumi dan sumbu yang mengacu pada angin. Untuk

mengetahui kedudukan pesawat terhadap bumi, maka dilakukan transformasi dengan menggunakan sudut Euler[7].

2.3.1 Sistem Sumbu Badan

Sistem sumbu badan merupakan sumbu yang mengacu pada badan pesawat. Sumbu X_B sepanjang sumbu longitudinal pesawat positif ke depan, sumbu Z_B pada bidang simetri tegak pesawat dan tegak lurus sumbu X_B dalam kedudukan terbang datar positif ke bawah, dan sumbu Y_B tegak lurus pada bidang simetri dan positif ke arah kanan. Sistem sumbu badan ditunjukkan pada Gambar 2.3[7].



Gambar 2.3: Sistem Sumbu Badan Pesawat

Gerak translasi pesawat diberikan oleh komponen kecepatan yaitu U , V , dan W pada arah X_B , Y_B , dan Z_B . Gerak rotasi diberikan oleh komponen kecepatan sudut P , Q , dan R . Kecepatan rotasi ini menyebabkan momen L , M , dan N , pada sumbu X_B , Y_B , dan Z_B . Gerak rotasi di sepanjang sumbu X_B disebut gerak *roll*, L sebagai momen dan P sebagai kecepatan. Gerak rotasi pada sumbu Y_B disebut *pitch*, M sebagai momen dan Q sebagai kecepatan. Gerak pada sumbu Z_B disebut gerak *yaw* dengan N sebagai momen dan R sebagai kecepatan.

Pada Tabel 2.2 Komponen arah gaya, momen dan kecepatan pada sumbu (X_B, Y_B, Z_B). Gerak rotasi sepanjang sumbu X_B

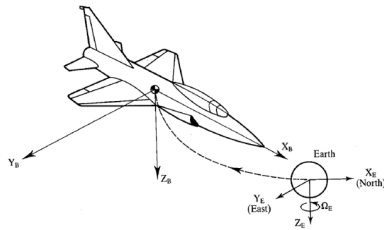
Tabel 2.2: Komponen Arah Gaya, Momen dan Kecepatan pada Sumbu (X_B, Y_B, Z_B)

	Sumbu Roll X_B	Sumbu Pitch Y_B	Sumbu Yaw Z_B
Kecepatan Sudut	P	Q	R
Kecepatan Translasi	U	V	W
Gaya Aerodinamika	X	Y	Z
Momen Aerodinamika	L	M	N
Momen Inersia	I_{xx}	I_{yy}	I_{zz}
Perubahan Sudut	Φ	Θ	Ψ

disebut dengan gerak *roll*, sepanjang sumbu Y_B disebut dengan gerak *pitch*, dan sepanjang sumbu Z_B disebut gerak *yaw*. Masing-masing sumbu X_B, Y_B , dan Z_B mempunyai kecepatan linier U, V, W dan mempunyai kecepatan sudut P, Q, R . Kecepatan sudut P, Q, R masing-masing mempunyai momen yaitu L, M, N dan momen inersia I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} .

2.3.2 Sistem Sumbu Bumi

Sistem sumbu bumi ini merupakan sistem koordinat objek yang mereferensi terhadap bumi. Sistem ini menyebabkan orientasi sistem sumbu badan berubah sesuai gerak wahana pesawat jika acuannya sumbu bumi. Sumbu bumi ini biasanya mengambil acuan arah mata angin. Sumbu X_E ke arah utara, Y_E ke arah timur, dan sumbu Z_E ke arah pusat bumi, sistem ini juga biasa disebut dengan sistem koordinat NED (*North East Down*). Titik pusat sumbu NED ini terdapat pada *center of gravity* (c.g). Sistem sumbu bumi ini sebagai referensi dari efek gravitasi, posisi pesawat, perubahan jarak horizontal dan juga orientasi wahana.

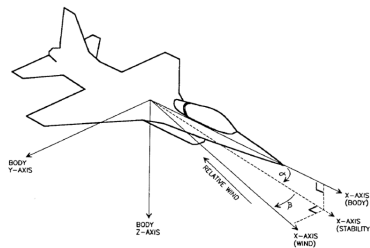


Gambar 2.4: Sistem Sumbu Bumi

Pada Gambar 2.4[7] terlihat bahwa sistem sumbu badan pesawat dan sistem sumbu bumi mempunyai arah yang berbeda. Sistem sumbu bumi mengacu pada arah mata angin atau yang disebut juga sistem koordinat NED. Perbedaan arah ini dapat ditransformasikan dengan sudut Euler (Φ, Θ, Ψ). (Φ, Θ, Ψ) biasanya untuk menentukan *attitude* pesawat.

2.3.3 Sistem Sumbu Angin

Sumbu angin adalah salib sumbu badan pesawat relatif terhadap arah angin datang. Hubungan antara koordinat angin dengan koordinat badan pesawat, ditentukan oleh dua sudut berikut, yaitu sudut serang (α) dan sudut slip samping (β).

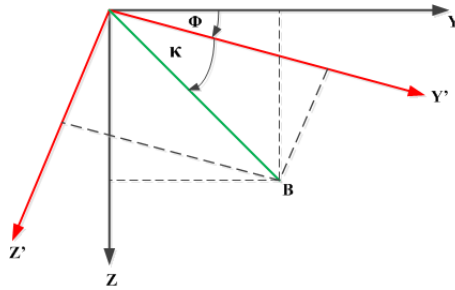


Gambar 2.5: Sistem Sumbu Angin

2.3.4 Transformasi Sumbu Koordinat Pesawat

Untuk mengetahui koordinat badan pesawat terhadap koordinat bumi, maka ditentukan 3 rotasi [7,8] yaitu:

1. Rotasi terhadap sumbu X_B , bernilai positif jika sayap kanan pesawat bergerak ke bawah (*roll* Φ).



Gambar 2.6: Rotasi Terhadap Sumbu X_B

Dari Gambar 2.6, maka diperoleh hubungan sebagai berikut:

$$X'_B = X_B \quad (2.1)$$

$$Y'_B = r \cos \kappa$$

$$Z'_B = r \sin \kappa$$

$$\begin{aligned} Y_B &= r \cos(\kappa + \Phi) \\ &= r \cos \kappa \cos \Phi - r \sin \kappa \sin \Phi \\ &= Y'_B \cos \Phi - Z'_B \sin \Phi \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} Z_B &= r \sin(\kappa + \Phi) \\ &= r \sin \kappa \cos \Phi + r \cos \kappa \sin \Phi \\ &= Z'_B \cos \Phi + Y'_B \sin \Phi \end{aligned} \quad (2.3)$$

Jika Persamaan (2.2) dan (2.3) dituliskan dalam bentuk

matriks, maka menjadi:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} Y_B \\ Z_B \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos \Phi & -\sin \Phi \\ \sin \Phi & \cos \Phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y'_B \\ Z'_B \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} Y'_B \\ Z'_B \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos \Phi & \sin \Phi \\ -\sin \Phi & \cos \Phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_B \\ Z_B \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Dengan menambahkan Persamaan (2.1) ke Persamaan (2.4), diperoleh:

$$\begin{bmatrix} X'_B \\ Y'_B \\ Z'_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Phi & \sin \Phi \\ 0 & -\sin \Phi & \cos \Phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{bmatrix}$$

Sehingga matriks hasil rotasi terhadap sumbu X_B adalah sebagai berikut:

$$R_\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Phi & \sin \Phi \\ 0 & -\sin \Phi & \cos \Phi \end{bmatrix}$$

2. Rotasi terhadap sumbu Y_B , bernilai positif jika hidung pesawat bergerak ke atas (*pitch* Θ).

Dari Gambar 2.7, maka diperoleh hubungan sebagai berikut:

$$Y''_B = Y'_B \quad (2.5)$$

$$X''_B = r \sin \kappa$$

$$Z''_B = r \cos \kappa$$

$$X'_B = r \sin(\kappa + \Theta)$$

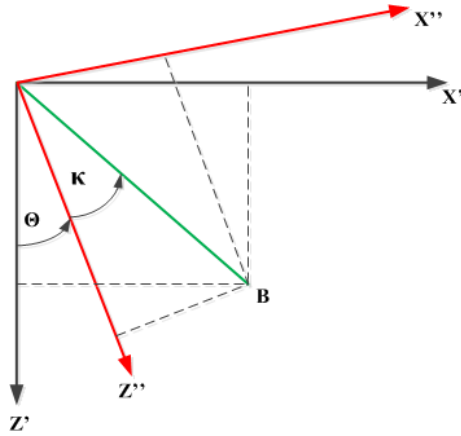
$$= r \sin \kappa \cos \Theta + r \cos \kappa \sin \Theta$$

$$= X''_B \cos \Theta + Z''_B \sin \Theta \quad (2.6)$$

$$Z'_B = r \cos(\kappa + \Theta)$$

$$= r \cos \kappa \cos \Theta - r \sin \kappa \sin \Theta$$

$$= Z''_B \cos \Theta - X''_B \sin \Theta \quad (2.7)$$



Gambar 2.7: Rotasi Terhadap Sumbu Y_B

Jika Persamaan (2.6) dan (2.7) dituliskan dalam bentuk matriks, maka menjadi:

$$\begin{bmatrix} X'_B \\ Z'_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Theta & \sin \Theta \\ -\sin \Theta & \cos \Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X''_B \\ Z''_B \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X''_B \\ Z''_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Theta & -\sin \Theta \\ \sin \Theta & \cos \Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X'_B \\ Z'_B \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

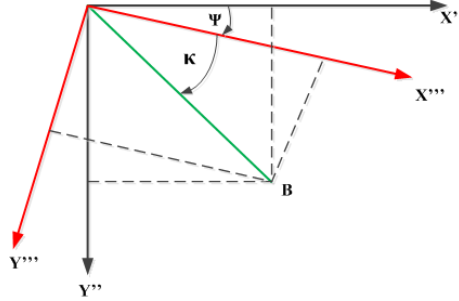
Dengan menambahkan Persamaan (2.5) ke Persamaan (2.8), diperoleh:

$$\begin{bmatrix} X''_B \\ Y''_B \\ Z''_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Theta & 0 & -\sin \Theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \Theta & 0 & \cos \Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X'_B \\ Y'_B \\ Z'_B \end{bmatrix}$$

Sehingga matriks hasil rotasi terhadap sumbu Y_B adalah sebagai berikut:

$$R_{\Theta} = \begin{bmatrix} \cos \Theta & 0 & -\sin \Theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \Theta & 0 & \cos \Theta \end{bmatrix}$$

3. Rotasi terhadap sumbu Z_B , bernilai positif jika hidung pesawat bergerak ke kanan (yaw Ψ).



Gambar 2.8: Rotasi Terhadap Sumbu Z_B

Dari Gambar 2.8, maka diperoleh hubungan sebagai berikut:

$$Z_B''' = Z_B'' \quad (2.9)$$

$$X_B''' = r \cos \kappa$$

$$Y_B''' = r \sin \kappa$$

$$\begin{aligned} X_B'' &= r \cos(\kappa + \Psi) \\ &= r \cos \kappa \cos \Psi - r \sin \kappa \sin \Psi \\ &= X_B''' \cos \Psi - Y_B''' \sin \Psi \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} Y_B'' &= r \sin(\kappa + \Psi) \\ &= r \sin \kappa \cos \Psi + r \cos \kappa \sin \Psi \\ &= Y_B''' \cos \Psi + X_B''' \sin \Psi \end{aligned} \quad (2.11)$$

Jika Persamaan (2.10) dan (2.11) dituliskan dalam bentuk matriks, maka menjadi:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} X_B'' \\ Y_B'' \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos \Psi & -\sin \Psi \\ \sin \Psi & \cos \Psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_B''' \\ Y_B''' \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} X_B''' \\ Y_B''' \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos \Psi & \sin \Psi \\ -\sin \Psi & \cos \Psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_B'' \\ Y_B'' \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.12)$$

Dengan menambahkan Persamaan (2.9) ke Persamaan (2.12), diperoleh:

$$\begin{bmatrix} X_B''' \\ Y_B''' \\ Z_B''' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Psi & \sin \Psi & 0 \\ -\sin \Psi & \cos \Psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_B'' \\ Y_B'' \\ Z_B'' \end{bmatrix}$$

Sehingga matriks hasil rotasi terhadap sumbu Z_B adalah sebagai berikut:

$$R_\Psi = \begin{bmatrix} \cos \Psi & \sin \Psi & 0 \\ -\sin \Psi & \cos \Psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriks R merupakan transformasi total dari ketiga rotasi tersebut, yang dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} R &= [R_\Psi][R_\Theta][R_\Phi] \\ &= \begin{bmatrix} c\Psi c\Theta & s\Psi s\Theta & -s\Theta \\ c\Psi s\Theta s\Phi - s\Psi c\Phi & s\Psi s\Theta s\Phi - c\Psi c\Phi & c\Theta s\Phi \\ c\Psi s\Theta c\Phi - s\Psi s\Phi & s\Psi s\Theta c\Phi - c\Psi s\Phi & c\Theta c\Phi \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Simbol $c\xi$ adalah $\cos \xi$ dan $s\xi$ adalah $\sin \xi$. Matriks R merupakan matriks transformasi dari koordinat badan pesawat ke koordinat tetap di bumi.

2.4 Penurunan Persamaan Gerak Pesawat

Untuk memudahkan dalam penurunan persamaan keadaan, maka gerak pesawat secara umum dan dalam hal ini LSU-05, dibedakan atas gerak translasi dan gerak rotasi[7,9]. Beberapa asumsi yang diambil dalam penurunan persamaan keadaan adalah:

- Pesawat adalah benda kaku yang terbang.
- Muatan berada didalam bodi pesawat.
- Selama terbang kecepatan pesawat adalah konstan.

2.4.1 Gerak Translasi

Penelusuran gerak translasi diawali dari hukum II Newton:

$$\Sigma F = ma$$

dimana:

ΣF : resultan gaya yang bekerja pada pesawat [N]

$$\Sigma F = F + F_{gravity}$$

m : massa dari elemen pesawat [kg]

a : percepatan translasi [m/sec^2]

$$\begin{aligned}\Sigma F &= m \frac{d}{dt} v_T \\ &= m \frac{d}{dt} v_T + (\omega \times v_T)\end{aligned}\quad (2.13)$$

v_T : kecepatan translasi [m/sec]

ω : kecepatan anguler pesawat [rad/sec]

diketahui bahwa vektor kecepatan linier dan anguler total adalah

$$\begin{aligned}v_T &= \hat{i}U + \hat{j}V + \hat{k}W \\ \omega &= \hat{i}P + \hat{j}Q + \hat{k}R\end{aligned}\quad (2.14)$$

sehingga

$$\frac{d}{dt} v_T = \hat{i}\dot{U} + \hat{j}\dot{V} + \hat{k}\dot{W}\quad (2.15)$$

Operasi perkalian silang menghasilkan:

$$\begin{aligned}\omega \times v_T &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ P & Q & R \\ U & V & W \end{vmatrix} \\ &= \hat{i}(QW - VR) + \hat{j}(UR - PW) + \hat{k}(PV - UQ)\end{aligned}\quad (2.16)$$

substitusi Persamaan (2.15) dan (2.16) ke Persamaan (2.13), dihasilkan:

$$\Sigma F = m\{\hat{i}\dot{U} + \hat{j}\dot{V} + \hat{k}\dot{W} + (\hat{i}(QW - VR) + \hat{j}(UR - PW) + \hat{k}(PV - UQ))\}$$

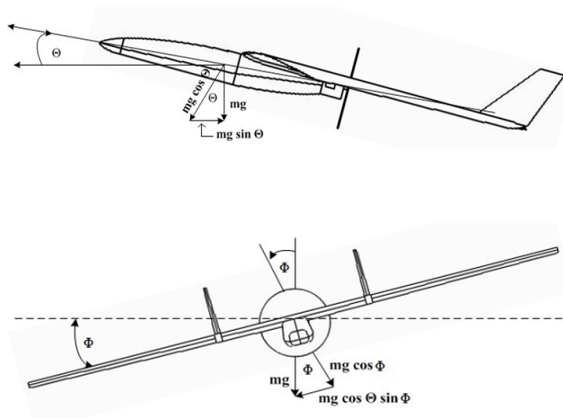
$$\Sigma F = m\{\hat{i}(\dot{U} + QW - VR) + \hat{j}(\dot{V} + UR - PW) + \hat{k}(\dot{W} + PV - UQ)\}$$

$$\Sigma F = \hat{i}\Sigma F_x + \hat{j}\Sigma F_y + \hat{k}\Sigma F_z$$

sehingga:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= m(\dot{U} + QW - VR) \\ \Sigma F_y &= m(\dot{V} + UR - PW) \\ \Sigma F_z &= m(\dot{W} + PV - UQ)\end{aligned}\tag{2.17}$$

Gaya karena gravitasi bumi pada pesawat adalah:



Gambar 2.9: Komponen Gaya Gravitasi

$$\begin{aligned}
(F_x)_{gravity} &= -mg \sin \Theta \\
(F_y)_{gravity} &= mg \cos \Theta \sin \Phi \\
(F_z)_{gravity} &= mg \cos \Theta \cos \Phi
\end{aligned} \tag{2.18}$$

dari Persamaan (2.17) dan (2.18) diperoleh:

$$\begin{aligned}
\Sigma F_x &= F_x + (F_x)_{gravity} = m(\dot{U} + QW - VR) \\
\Sigma F_y &= F_y + (F_y)_{gravity} = m(\dot{V} + UR - PW) \\
\Sigma F_z &= F_z + (F_z)_{gravity} = m(\dot{W} + PV - UQ)
\end{aligned} \tag{2.19}$$

sehingga Persamaan (2.19) dapat ditulis menjadi:

$$\begin{aligned}
F_x - mg \sin \Theta &= m(\dot{U} + QW - VR) \\
F_y + mg \cos \Theta \sin \Phi &= m(\dot{V} + UR - PW) \\
F_z + mg \cos \Theta \cos \Phi &= m(\dot{W} + PV - UQ)
\end{aligned}$$

karena $F_x = X$, $F_y = Y$, $F_z = Z$, maka persamaan gaya pada sumbu (x,y,z) menjadi:

$$\begin{aligned}
X - mg \sin \Theta &= m(\dot{U} + QW - VR) \\
Y + mg \cos \Theta \sin \Phi &= m(\dot{V} + UR - PW) \\
Z + mg \cos \Theta \cos \Phi &= m(\dot{W} + PV - UQ)
\end{aligned}$$

atau dapat ditulis menjadi:

$$X = m(\dot{U} + QW - VR + g \sin \Theta) \tag{2.20}$$

$$Y = m(\dot{V} + UR - PW - g \cos \Theta \sin \Phi) \tag{2.21}$$

$$Z = m(\dot{W} + PV - UQ - g \cos \Theta \cos \Phi) \tag{2.22}$$

2.4.2 Gerak Rotasi

Momen angular didefinisikan sebagai berikut:

$$H = I\omega \tag{2.23}$$

dimana,

H : momentum angular [kgm^2rad/sec]

I : momen inesia [kgm^2]

matriks inersia didefinisikan sebagai:

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

$$M = \frac{d}{dt}H + \omega \times H \quad (2.25)$$

dimana,

M : torsi [kgm^2rad/sec^2]

substitusi Persamaan (2.23) ke Persamaan (2.25), sehingga diperoleh:

$$M = I \frac{d}{dt}(\omega + \omega \times \omega) + \omega \times H \quad (2.26)$$

dan $\omega \times \omega = 0$

dari Persamaan (2.14) diperoleh:

$$\frac{d}{dt}\omega = \hat{i}\dot{P} + \hat{j}\dot{Q} + \hat{k}\dot{R}$$

dan

$$\omega \times H = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ P & Q & R \\ h_x & h_y & h_z \end{vmatrix} \quad (2.27)$$

untuk

$$\begin{aligned} H &= I\omega \\ &= \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} I_{xx}P - I_{xy}Q - I_{xz}R \\ -I_{xy}P + I_{yy}Q - I_{yz}R \\ -I_{xz}P - I_{yz}Q + I_{zz}R \end{bmatrix} \end{aligned}$$

dengan h_x , h_y dan h_z adalah komponen-komponen dari H , sehingga:

$$\begin{aligned} h_x &= I_{xx}P - I_{xy}Q - I_{xz}R \\ h_y &= -I_{xy}P + I_{yy}Q - I_{yz}R \\ h_z &= -I_{xz}P - I_{yz}Q + I_{zz}R \end{aligned}$$

dan

$$I \frac{d}{dt} \omega = \begin{bmatrix} I_{xx}\dot{P} - I_{xy}\dot{Q} - I_{xz}\dot{R} \\ -I_{xy}\dot{P} + I_{yy}\dot{Q} - I_{yz}\dot{R} \\ -I_{xz}\dot{P} - I_{yz}\dot{Q} + I_{zz}\dot{R} \end{bmatrix}$$

secara umum, pesawat adalah simetri terhadap bidang XZ, dan akibatnya adalah:

$$I_{xy} = I_{yz} = 0$$

oleh karena itu,

$$h_x = I_{xx}P - I_{xz}R \quad (2.28)$$

$$h_y = I_{yy}Q \quad (2.29)$$

$$h_z = -I_{xz}P + I_{zz}R \quad (2.30)$$

dan

$$I \frac{d}{dt} \omega = \begin{bmatrix} I_{xx}\dot{P} - I_{xz}\dot{R} \\ I_{yy}\dot{Q} \\ -I_{xz}\dot{P} + I_{zz}\dot{R} \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

dari Persamaan (2.27), maka:

$$\omega \times H = (Qh_z - Rh_y)\hat{i} + (Rh_x - Ph_z)\hat{j} + (Ph_y - Qh_x)\hat{k} \quad (2.32)$$

substitusi (2.28), (2.29) dan (2.30) ke Persamaan (2.32), maka:

$$\begin{aligned} \omega \times H &= (-PQI_{xz} + RQI_{zz} - RQI_{yy})\hat{i} \\ &+ (PRI_{xx} - R^2I_{xz} + P^2I_{xz} - PRI_{zz})\hat{j} \\ &+ (PQI_{xx} - RQI_{xz} - PQI_{yy})\hat{k} \end{aligned} \quad (2.33)$$

dari Persamaan (2.26), (2.31) dan (2.33) dikombinasikan menjadi:

$$\begin{aligned} M_x &= I_{xx}\dot{P} - I_{xz}(\dot{R} + PQ) + QR(I_{zz} - I_{yy}) \\ M_y &= I_{yy}\dot{Q} + I_{xz}(P^2 - R^2) + PR(I_{xx} - I_{zz}) \\ M_z &= I_{zz}\dot{R} - I_{xz}\dot{P} + PQ(I_{xx} - I_{yy}) + RQI_{xz} \end{aligned} \quad (2.34)$$

dimana M_x , M_y dan M_z adalah komponen-komponen dari M . Secara umum dapat dinotasikan bahwa:

$$M_x = L, M_y = M \text{ dan } M_z = N$$

dimana L , M dan N adalah momen *roll*, *pitch* dan *yaw*. Oleh karena itu, Persamaan (2.34) menjadi:

$$L = I_{xx}\dot{P} - I_{xz}(\dot{R} + PQ) + QR(I_{zz} - I_{yy}) \quad (2.35)$$

$$M = I_{yy}\dot{Q} + I_{xz}(P^2 - R^2) + PR(I_{xx} - I_{zz}) \quad (2.36)$$

$$N = I_{zz}\dot{R} - I_{xz}\dot{P} + PQ(I_{xx} - I_{yy}) + RQI_{xz} \quad (2.37)$$

Tiga persamaan akibat pengaruh *roll*, *pitch*, *yaw*, dimana *pitch* (2.36) melekat pada gerak longitudinal, sedangkan *roll* (2.35) dan *yaw* (2.37) melekat pada gerak lateral-direksional.

2.4.3 Kinematika Sudut Sikap Terbang

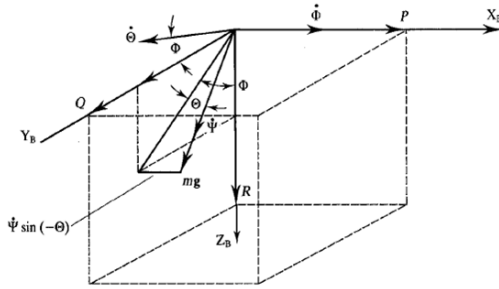
Untuk keperluan analisis manuver dan tanggapan dinamik pesawat terbang, digunakan tiga sudut gerak rotasi pesawat terbang, yaitu: *roll* (Φ), *pitch* (Θ), dan *yaw* (Ψ). Hubungan sudut pergerakan Euler dan kecepatan angular pesawat ditunjukkan pada Gambar 2.10[7].

Dari Gambar 2.10 diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$P = \dot{\Phi} - \dot{\Psi} \sin \Theta \quad (2.38)$$

$$Q = \dot{\Theta} \cos \Phi + \dot{\Psi} \cos \Theta \sin \Phi \quad (2.39)$$

$$R = -\dot{\Theta} \sin \Phi + \dot{\Psi} \cos \Theta \cos \Phi \quad (2.40)$$



Gambar 2.10: Hubungan Sudut Pergerakan Euler dan Kecepatan Angular Pesawat

atau dapat ditulis dalam bentuk:

$$\begin{aligned}\dot{\Phi} &= P + Q \sin \Phi \tan \Theta + R \cos \Phi \tan \Theta \\ \dot{\Theta} &= Q \cos \Phi - R \sin \Phi \\ \dot{\Psi} &= Q \frac{\sin \Phi}{\cos \Theta} + R \frac{\cos \Phi}{\sin \Theta}\end{aligned}$$

2.4.4 Linierisasi

Persamaan (2.20) - (2.22) dan (2.35) - (2.37) diatas adalah non-linear[7,10,11]. Dalam hal ini:

$$\begin{array}{ll} X &= X_0 + x \\ Y &= Y_0 + y \\ Z &= Z_0 + z \\ P &= P_0 + p \\ Q &= Q_0 + q \\ R &= R_0 + r \\ L &= L_0 + l \\ M &= M_0 + m \end{array} \quad \begin{array}{ll} U &= U_0 + u \\ V &= V_0 + v \\ W &= W_0 + w \\ N &= N_0 + n \\ \Phi &= \Phi_0 + \phi \\ \Theta &= \Theta_0 + \theta \\ \Psi &= \Psi_0 + \psi \end{array}$$

Apabila semua variabel mendapat gangguan (terjadi perubahan

yang relatif kecil), maka Persamaan (2.20) - (2.22) menjadi:

$$\begin{aligned}
X_0 + x &= m((\dot{U}_0 + \dot{u}) + (Q_0 + q)(W_0 + w) - (V_0 + v) \\
&\quad (R_0 + r) + g \sin(\Theta_0 + \theta)) \\
Y_0 + y &= m((\dot{V}_0 + \dot{v}) + (U_0 + u)(R_0 + r) - (P_0 + p) \\
&\quad (W_0 + w) - g \cos(\Theta_0 + \theta) \sin(\Phi_0 + \phi)) \\
Z_0 + z &= m((\dot{W}_0 + \dot{w}) + (P_0 + p)(V_0 + v) - (U_0 + u) \\
&\quad (Q_0 + q) - g \cos(\Theta_0 + \theta) \cos(\Phi_0 + \phi)) \quad (2.41)
\end{aligned}$$

atau Persamaan (2.41) dapat ditulis menjadi:

$$\begin{aligned}
X_0 + x &= m((\dot{U}_0 + \dot{u}) + Q_0 W_0 + q W_0 + Q_0 w + q w - V_0 R_0 \\
&\quad - V_0 r - R_0 v - v r + g(\sin \Theta_0 \cos \theta + \cos \Theta_0 \sin \theta)) \\
Y_0 + y &= m((\dot{V}_0 + \dot{v}) + U_0 R_0 + U_0 r + R_0 u + u r - P_0 W_0 \\
&\quad - P_0 w - W_0 p - p w - g(\cos \Theta_0 \cos \theta - \sin \Theta_0 \sin \theta) \\
&\quad (\sin \Phi_0 \cos \phi + \cos \Phi_0 \sin \phi)) \\
Z_0 + z &= m((\dot{W}_0 + \dot{w}) + P_0 V_0 + P_0 v + V_0 p + p v - U_0 Q_0 \\
&\quad - U_0 q - Q_0 u - u q - g(\cos \Theta_0 \cos \theta - \sin \Theta_0 \sin \theta) \\
&\quad (\cos \Phi_0 \cos \phi - \sin \Phi_0 \sin \phi)) \quad (2.42)
\end{aligned}$$

dan Persamaan (2.35) - (2.37) menjadi:

$$\begin{aligned}
L_0 + l &= I_{xx}(\dot{P}_0 + \dot{p}) - I_{xz}((\dot{R}_0 + \dot{r}) + (P_0 + p)(Q_0 + q)) \\
&\quad + (Q_0 + q)(R_0 + r)(I_{zz} - I_{yy}) \\
M_0 + m &= I_{yy}(\dot{Q}_0 + \dot{q}) + (P_0 + p)(R_0 + r)(I_{xx} - I_{zz}) \\
&\quad + I_{xz}((P_0 + p)^2 - (R_0 + r)^2) \\
N_0 + n &= I_{zz}(\dot{R}_0 + \dot{r}) - I_{xz}(\dot{P}_0 + \dot{p}) + (P_0 + p)(Q_0 + q) \\
&\quad (I_{xx} - I_{yy}) + (R_0 + r)(Q_0 + q)I_{xz} \quad (2.43)
\end{aligned}$$

atau Persamaan (2.43) dapat ditulis menjadi:

$$\begin{aligned}
 L_0 + l &= I_{xx}(\dot{P}_0 + \dot{p}) - I_{xz}((\dot{R}_0 + \dot{r}) + (P_0 Q_0 + P_0 q + Q_0 p \\
 &\quad + pq)(Q_0 R_0 + Q_0 r + R_0 q + qr)(I_{zz} - I_{yy}) \\
 M_0 + m &= I_{yy}(\dot{Q}_0 + \dot{q}) + (P_0 R_0 + P_0 r + R_0 p + pr)(I_{xx} - I_{zz}) \\
 &\quad + I_{xz}(P_0^2 + 2P_0 p + pp - R_0^2 - 2R_0 r - rr) \\
 N_0 + n &= I_{zz}(\dot{R}_0 + \dot{r}) - I_{xz}(\dot{P}_0 + \dot{p}) + (P_0 Q_0 + P_0 q + Q_0 p \\
 &\quad + pq)(I_{xx} - I_{yy}) + (R_0 Q_0 + R_0 q + Q_0 r + qr)I_{xz}
 \end{aligned} \tag{2.44}$$

dan Persamaan (2.38) - (2.40) menjadi:

$$\begin{aligned}
 P_0 + p &= (\dot{\Phi}_0 + \dot{\phi}) - (\dot{\Psi}_0 + \dot{\psi}) \sin(\Theta_0 + \theta) \\
 Q_0 + q &= (\dot{\Theta}_0 + \dot{\theta}) \cos(\Phi_0 + \phi) + (\dot{\Psi}_0 + \dot{\psi}) \cos(\Theta_0 + \theta) \\
 &\quad \sin(\Phi_0 + \phi) \\
 R_0 + r &= -(\dot{\Theta}_0 + \dot{\theta}) \sin(\Phi_0 + \phi) + (\dot{\Psi}_0 + \dot{\psi}) \cos(\Theta_0 + \theta) \\
 &\quad \cos(\Phi_0 + \phi)
 \end{aligned} \tag{2.45}$$

atau Persamaan (2.45) dapat ditulis menjadi:

$$\begin{aligned}
 P_0 + p &= \dot{\Phi}_0 + \dot{\phi} - (\dot{\Psi}_0 + \dot{\psi})(\sin \Theta_0 \cos \theta + \cos \Theta_0 \sin \theta) \\
 Q_0 + q &= (\dot{\Theta}_0 + \dot{\theta})(\cos \Phi_0 \cos \phi - \sin \Phi_0 \sin \phi) + (\dot{\Psi}_0 + \dot{\psi}) \\
 &\quad (\cos \Theta_0 \cos \theta - \sin \Theta_0 \sin \theta)(\sin \Phi_0 \cos \phi + \cos \Phi_0 \sin \phi) \\
 R_0 + r &= -(\dot{\Theta}_0 + \dot{\theta})(\sin \Phi_0 \cos \phi + \cos \Phi_0 \sin \phi) + (\dot{\Psi}_0 + \dot{\psi}) \\
 &\quad (\cos \Theta_0 \cos \theta - \sin \Theta_0 \sin \theta)(\cos \Phi_0 \cos \phi - \sin \Phi_0 \sin \phi)
 \end{aligned} \tag{2.46}$$

Ketika kondisi rata - rata gangguan sangat kecil, maka dipenuhi asumsi[7]:

1. Perkalian (*product*) antar gangguan/bilangan kecil dapat dianggap nol.

2. Sinus dari sudut gangguan dapat dianggap sama dengan sudut gangguan, sedangkan cosinus dari sudut gangguan dianggap sama dengan satu.

Sehingga Persamaan (2.42) menjadi:

$$\begin{aligned}
 X_0 + x &= m((\dot{U}_0 + \dot{u}) + Q_0 W_0 + q W_0 + Q_0 w - V_0 R_0 - V_0 r \\
 &\quad - R_0 v + g(\sin \Theta_0 + \cos \Theta_0 \theta)) \\
 Y_0 + y &= m((\dot{V}_0 + \dot{v}) + U_0 R_0 + U_0 r + R_0 u - P_0 W_0 - P_0 w \\
 &\quad - W_0 p - g(\cos \Theta_0 - \sin \Theta_0 \theta)(\sin \Phi_0 + \cos \Phi_0 \phi)) \\
 Z_0 + z &= m((\dot{W}_0 + \dot{w}) + P_0 V_0 + P_0 v + V_0 p - U_0 Q_0 - U_0 q \\
 &\quad - Q_0 u - g(\cos \Theta_0 - \sin \Theta_0 \theta)(\cos \Phi_0 - \sin \Phi_0 \phi))
 \end{aligned} \tag{2.47}$$

dan Persamaan (2.44) menjadi:

$$\begin{aligned}
 L_0 + l &= I_{xx}(\dot{P}_0 + \dot{p}) - I_{xz}((\dot{R}_0 + \dot{r}) + (P_0 Q_0 + P_0 q + Q_0 p) \\
 &\quad (Q_0 R_0 + Q_0 r + R_0 q)(I_{zz} - I_{yy})) \\
 M_0 + m &= I_{yy}(\dot{Q}_0 + \dot{q}) + (P_0 R_0 + P_0 r + R_0 p)(I_{xx} - I_{zz}) + I_{xz} \\
 &\quad (P_0^2 + 2P_0 p - R_0^2 - 2R_0 r) \\
 N_0 + n &= I_{zz}(\dot{R}_0 + \dot{r}) - I_{xz}(\dot{P}_0 + \dot{p}) + (P_0 Q_0 + P_0 q + Q_0 p) \\
 &\quad (I_{xx} - I_{yy}) + (R_0 Q_0 + R_0 q + Q_0 r)I_{xz}
 \end{aligned} \tag{2.48}$$

dan Persamaan (2.46) menjadi:

$$\begin{aligned}
 P_0 + p &= \dot{\Phi}_0 + \dot{\phi} - (\dot{\Psi}_0 + \dot{\psi})(\sin \Theta_0 + \cos \Theta_0 \theta) \\
 Q_0 + q &= (\dot{\Theta}_0 + \dot{\theta})(\cos \Phi_0 - \sin \Phi_0 \phi) + (\dot{\Psi}_0 + \dot{\psi}) \\
 &\quad (\cos \Theta_0 - \sin \Theta_0 \theta)(\sin \Phi_0 + \cos \Phi_0 \phi) \\
 R_0 + r &= -(\dot{\Theta}_0 + \dot{\theta})(\sin \Phi_0 + \cos \Phi_0 \phi) + (\dot{\Psi}_0 + \dot{\psi}) \\
 &\quad (\cos \Theta_0 - \sin \Theta_0 \theta)(\cos \Phi_0 - \sin \Phi_0 \phi)
 \end{aligned} \tag{2.49}$$

Persamaan (2.47) - (2.49) merupakan persamaan gerak UAV yang terdiri dari persamaan pada kondisi *trim* dan persamaan

gangguan. Karena linierisasi, maka persamaan pada kondisi setimbang diabaikan. Persamaan (2.47) menjadi:

$$\begin{aligned}
 x &= m(\dot{u} + W_0 q + Q_0 w - V_0 r - R_0 v + g \cos \Theta_0 \theta) \\
 y &= m(\dot{v} + U_0 r + R_0 u - P_0 w - W_0 p - g(\cos \Theta_0 \cos \Phi_0 \phi \\
 &\quad - \sin \Theta_0 \sin \Phi_0 \theta)) \\
 z &= m(\dot{w} + P_0 v + V_0 p - U_0 q - Q_0 u + g(\cos \Theta_0 \sin \Phi_0 \phi \\
 &\quad + \sin \Theta_0 \cos \Phi_0 \theta))
 \end{aligned} \tag{2.50}$$

dan Persamaan (2.48) menjadi:

$$\begin{aligned}
 l &= I_{xx}\dot{p} - I_{xz}(\dot{r} + P_0 q + Q_0 p) + (Q_0 r + R_0 q)(I_{zz} - I_{yy}) \\
 m &= I_{yy}\dot{q} + (P_0 r + R_0 p)(I_{xx} - I_{zz}) + I_{xz}(2P_0 p - 2R_0 r) \\
 n &= I_{zz}\dot{r} - I_{xz}\dot{p} + (P_0 q + Q_0 p)(I_{xx} - I_{yy}) + (R_0 q + Q_0 r)I_{xz}
 \end{aligned} \tag{2.51}$$

dan Persamaan (2.49) menjadi:

$$\begin{aligned}
 p &= \dot{\phi} - \dot{\Psi}_0 \cos \Theta_0 \theta - \dot{\psi} \sin \Theta_0 \\
 q &= -\dot{\Theta}_0 \sin \Phi_0 \phi + \dot{\theta} \cos \Phi_0 + \dot{\Psi}_0(\cos \Theta_0 \cos \Phi_0 \phi - \sin \Theta_0 \\
 &\quad \sin \Phi_0 \theta) + \dot{\psi} \cos \Theta_0 \sin \Phi_0 \\
 r &= -\dot{\Theta}_0 \cos \Phi_0 \phi - \dot{\theta} \sin \Phi_0 - \dot{\Psi}_0(\cos \Theta_0 \cos \Phi_0 \phi + \sin \Theta_0 \\
 &\quad \sin \Phi_0 \theta) + \dot{\psi} \cos \Theta_0 \cos \Phi_0
 \end{aligned} \tag{2.52}$$

kondisi kesetimbangan boleh disesuaikan kembali apabila terjadi hal berikut[7]:

1. Terbang lurus (*straight*) menyebabkan $\dot{\Psi}_0 = 0$.
2. Terbang simetri menyebabkan $\Psi_0 = V_0 = 0$.
3. Terbang dengan sayap mendarat menyebabkan $\Phi_0 = 0$.
4. Terbang setimbang (*trimmed*) menyebabkan $P_0 = Q_0 = R_0 = 0$ hal ini berakibat juga $P_0 = Q_0 = R_0 = 0$.

sehingga Persamaan (2.50) menjadi:

$$\begin{aligned}x &= m(\dot{u} + W_0 q + g \cos \Theta_0 \theta) \\y &= m(\dot{v} + U_0 r - W_0 p - g \cos \Theta_0 \phi) \\z &= m(\dot{w} - U_0 q + g \sin \Theta_0 \theta)\end{aligned}\tag{2.53}$$

dan Persamaan (2.51) menjadi:

$$\begin{aligned}l &= I_{xx}\dot{p} - I_{xz}\dot{r} \\m &= I_{yy}\dot{q} \\n &= I_{zz}\dot{r} - I_{xz}\dot{p}\end{aligned}\tag{2.54}$$

dan Persamaan (2.52) menjadi:

$$\begin{aligned}p &= \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \Theta_0 \\q &= \dot{\theta} \\r &= \dot{\psi} \cos \Theta_0\end{aligned}\tag{2.55}$$

Persamaan di atas merupakan persamaan perubahan kecil di sekitar nilai kesetimbangan. Adapun fungsi gangguan yang cukup dominan dalam analisis gerak pesawat adalah sebagai berikut[7]:

$$\begin{aligned}x &= f(u, w, \delta_e, \delta_T) \\y &= f(v, p, r, \delta_r) \\z &= f(u, w, \dot{w}, q, \delta_e, \delta_T) \\l &= f(v, p, r, \delta_r, \delta_a) \\m &= f(u, w, \dot{w}, q, \delta_e, \delta_T) \\n &= f(v, p, r, \delta_r, \delta_a)\end{aligned}$$

dengan deret Taylor persamaan fungsi gangguan gaya dituliskan

sebagai berikut[7]:

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{\partial X}{\partial u}u + \frac{\partial X}{\partial w}w + \frac{\partial X}{\partial \delta_e}\delta_e + \frac{\partial X}{\partial \delta_T}\delta_T \\
 y &= \frac{\partial Y}{\partial v}v + \frac{\partial Y}{\partial p}p + \frac{\partial Y}{\partial r}r + \frac{\partial Y}{\partial \delta_r}\delta_r \\
 z &= \frac{\partial Z}{\partial u}u + \frac{\partial Z}{\partial w}w + \frac{\partial Z}{\partial \dot{w}}\dot{w} + \frac{\partial Z}{\partial q}q + \frac{\partial Z}{\partial \delta_e}\delta_e + \frac{\partial Z}{\partial \delta_T}\delta_T
 \end{aligned} \tag{2.56}$$

untuk persamaan gangguan momen menjadi:

$$\begin{aligned}
 l &= \frac{\partial L}{\partial v}v + \frac{\partial L}{\partial p}p + \frac{\partial L}{\partial r}r + \frac{\partial L}{\partial \delta_r}\delta_r + \frac{\partial L}{\partial \delta_a} \\
 m &= \frac{\partial M}{\partial u}u + \frac{\partial M}{\partial w}w + \frac{\partial M}{\partial \dot{w}}\dot{w} + \frac{\partial M}{\partial q}q + \frac{\partial M}{\partial \delta_e}\delta_e + \frac{\partial M}{\partial \delta_T}\delta_T \\
 n &= \frac{\partial N}{\partial v}v + \frac{\partial N}{\partial p}p + \frac{\partial N}{\partial r}r + \frac{\partial N}{\partial \delta_r}\delta_r + \frac{\partial N}{\partial \delta_a}
 \end{aligned} \tag{2.57}$$

substitusi Persamaan (2.53) ke Persamaan (2.56), maka diperoleh:

$$\begin{aligned}
 m(\dot{u} + W_0q + g \cos \Theta_0\theta) &= \frac{\partial X}{\partial u}u + \frac{\partial X}{\partial w}w + \frac{\partial X}{\partial \delta_e}\delta_e + \frac{\partial X}{\partial \delta_T}\delta_T \\
 m(\dot{v} + U_0r - W_0p - g \cos \Theta_0\phi) &= \frac{\partial Y}{\partial v}v + \frac{\partial Y}{\partial p}p + \frac{\partial Y}{\partial r}r + \\
 &\quad \frac{\partial Y}{\partial \delta_r}\delta_r \\
 m(\dot{w} - U_0q + g \sin \Theta_0\theta) &= \frac{\partial Z}{\partial u}u + \frac{\partial Z}{\partial w}w + \frac{\partial Z}{\partial \dot{w}}\dot{w} + \frac{\partial Z}{\partial q}q + \\
 &\quad \frac{\partial Z}{\partial \delta_e}\delta_e + \frac{\partial Z}{\partial \delta_T}\delta_T
 \end{aligned} \tag{2.58}$$

substitusi Persamaan (2.54) ke Persamaan (2.57), maka diperoleh:

$$\begin{aligned}
 I_{xx}\dot{p} - I_{xz}\dot{r} &= \frac{\partial L}{\partial v}v + \frac{\partial L}{\partial p}p + \frac{\partial L}{\partial r}r + \frac{\partial L}{\partial \delta_r}\delta_r + \frac{\partial L}{\partial \delta_a}\delta_a \\
 I_{yy}\dot{q} &= \frac{\partial M}{\partial u}u + \frac{\partial M}{\partial w}w + \frac{\partial M}{\partial \dot{w}}\dot{w} + \frac{\partial M}{\partial q}q + \frac{\partial M}{\partial \delta_e}\delta_e + \frac{\partial M}{\partial \delta_T}\delta_T \\
 I_{zz}\dot{r} - I_{xz}\dot{p} &= \frac{\partial N}{\partial v}v + \frac{\partial N}{\partial p}p + \frac{\partial N}{\partial r}r + \frac{\partial N}{\partial \delta_r}\delta_r + \frac{\partial N}{\partial \delta_a}\delta_a \quad (2.59)
 \end{aligned}$$

Jika masing - masing komponen Persamaan (2.58) dibagi dengan massa (m), sedangkan komponen pada Persamaan (2.59) dibagi dengan inersia (I), maka dengan mengikuti definisi dibawah ini:

$$\begin{aligned}
 X_i &= \frac{1}{m} \frac{\partial X}{\partial i} & L_i &= \frac{1}{I_{xx}} \frac{\partial L}{\partial i} \\
 Y_i &= \frac{1}{m} \frac{\partial Y}{\partial i} & M_i &= \frac{1}{I_{yy}} \frac{\partial M}{\partial i} \\
 Z_i &= \frac{1}{m} \frac{\partial Z}{\partial i} & N_i &= \frac{1}{I_{zz}} \frac{\partial N}{\partial i}
 \end{aligned}$$

menyebabkan Persamaan (2.58) dan (2.59) menjadi:

$$\begin{aligned}
 \dot{u} &= X_u u + X_w w - W_0 q - g \cos \Theta_0 \theta + X_{\delta_e} \delta_e + X_{\delta_T} \delta_T \\
 \dot{v} &= Y_v + Y_p + Y_r - U_0 r + W_0 p + g \cos \Theta_0 \phi + Y_{\delta_r} \delta_r \\
 \dot{w} &= Z_u u + Z_w w + Z_{\dot{w}} \dot{w} + U_0 q - g \sin \Theta_0 \theta + Z_q q + Z_{\delta_e} \delta_e + \\
 &\quad Z_{\delta_T} \delta_T \\
 \dot{p} &= L_v v + L_p p + L_r r + \frac{I_{xz}}{I_{xx}} \dot{r} + L_{\delta_a} \delta_a + L_{\delta_r} \delta_r \\
 \dot{q} &= M_u u + M_w w + M_{\dot{w}} \dot{w} + M_q q + M_{\delta_e} \delta_e + M_{\delta_T} \delta_T \\
 \dot{r} &= N_v + N_p + N_r + \frac{I_{xz}}{I_{zz}} \dot{p} + N_{\delta_a} \delta_a + N_{\delta_r} \delta_r
 \end{aligned}$$

dengan $X_i, Y_i, Z_i, L_i, M_i, N_i$ adalah parameter pesawat atau dalam beberapa literatur dipakai istilah parameter turunan stabilitas (*stability derivatives*).

2.4.5 Persamaan Keadaan Gerak Longitudinal

Gerak longitudinal adalah gerak yang diakibatkan oleh gaya-gaya yang bekerja pada bidang simetris XZ. Gerak ini melibatkan kecepatan linier ke depan, ke atas, laju sudut angguk (*pitch rate*) dan sudut angguk (*pitch attitude*). Sehingga persamaan gerak longitudinalnya adalah sebagai berikut[7]:

$$\begin{aligned}\dot{u} &= X_u u + X_w w - W_0 q - g \cos \Theta_0 \theta + X_{\delta_e} \delta_e + X_{\delta_T} \delta_T \\ \dot{w} &= Z_u u + Z_w w + Z_{\dot{w}} \dot{w} + U_0 q - g \sin \Theta_0 \theta + Z_q q + Z_{\delta_e} \delta_e + \\ &\quad Z_{\delta_T} \delta_T \\ \dot{q} &= M_u u + M_w w + M_{\dot{w}} \dot{w} + M_q q + M_{\delta_e} \delta_e + M_{\delta_T} \delta_T\end{aligned}\quad (2.60)$$

untuk melengkapi persamaan gerak wahana terbang, maka ditambahkan persamaan (2.55):

$$\dot{\theta} = q$$

Dari sejumlah data terbang aerodinamika, tidak semua parameter terbang berpengaruh secara signifikan. Dalam analisa kestabilan ada beberapa parameter terbang yang perlu diabaikan, hal ini dikarenakan parameter tersebut tidak berpengaruh signifikan terhadap respon gerak pesawat. Pada gerak longitudinal ini parameter yang diabaikan adalah $Z_q q$, $Z_{\dot{w}} \dot{w}$ [7]. Representasi salib sumbu stabilitas pada Gambar 2.11[12,13].

Dari Gambar 2.11 sumbu kestabilan pada kondisi kesetimbangan dan gangguan terhadap sebuah pesawat di atas, dapat dilihat bahwa sumbu OX_B adalah sumbu longitudinal dari pesawat, sumbu ini segaris dengan arah vektor kecepatan dari pesawat, akibatnya $W_0 = 0$. Sedangkan X_0 , Y_0 , Z_0 adalah sumbu keseimbangan pesawat. Pada Gambar 2.11 juga dijelaskan bahwa Θ_0 adalah sudut angguk (*pitch angle*), sedangkan γ_0 adalah sudut lintas terbang (*flight path angle*).

Oleh karena itu, sistem persamaan gerak longitudinal pada

Persamaan (2.60) menjadi:

$$\dot{w} = Z_u u + Z_w w + U_0 q - g \sin \Theta_0 \theta + Z_{\delta_e} \delta_e + Z_{\delta_T} \delta_T \quad (2.62)$$

$$\dot{\theta} = q \quad (2.64)$$

$$\dot{q} = M_u u + M_w w + M_{\dot{w}}(Z_u u + Z_w w + U_0 q - g \sin \Theta_0 \theta + Z_{\delta_e} \delta_e + Z_{\delta_T} \delta_T) + M_q q + M_{\delta_e} \delta_e + M_{\delta_T} \delta_T$$
$$\begin{aligned} \dot{q} &= (M_u + M_{\dot{w}}Z_u)u + (M_w + M_{\dot{w}}Z_w)w + (M_q + M_{\dot{w}}U_0)q \\ &\quad gM_{\dot{w}}\sin\Theta_0\theta + (M_{\delta_e} + M_{\dot{w}}Z_{\delta_e})\delta_e + (M_{\delta_T} + M_{\dot{w}}Z_{\delta_T})\delta_T \\ \dot{q} &= \tilde{M}_u u + \tilde{M}_w w + \tilde{M}_q q + \tilde{M}_\theta \theta + \tilde{M}_{\delta_e} \delta_e + \tilde{M}_{\delta_T} \delta_T \end{aligned}$$

dimana:

$$\begin{aligned}
 \tilde{M}_u &= (M_u + M_{\dot{w}}Z_u) \\
 \tilde{M}_w &= (M_w + M_{\dot{w}}Z_w) \\
 \tilde{M}_q &= (M_q + M_{\dot{w}}U_0) \\
 \tilde{M}_\theta &= (gM_{\dot{w}}\sin\Theta_0) \\
 \tilde{M}_{\delta_e} &= (M_{\delta_e} + M_{\dot{w}}Z_{\delta_e}) \\
 \tilde{M}_{\delta_T} &= (M_{\delta_T} + M_{\dot{w}}Z_{\delta_T})
 \end{aligned}$$

Oleh karena itu, persamaan gerak longitudinalnya menjadi:

$$\begin{aligned}
 \dot{u} &= X_u u + X_w w - g \cos \Theta_0 \theta + X_{\delta_e} \delta_e + X_{\delta_T} \delta_T \\
 \dot{w} &= Z_u u + Z_w w + U_0 q - g \sin \Theta_0 \theta + Z_{\delta_e} \delta_e + Z_{\delta_T} \delta_T \\
 \dot{q} &= \tilde{M}_u u + \tilde{M}_w w + \tilde{M}_q q + \tilde{M}_\theta \theta + \tilde{M}_{\delta_e} \delta_e + \tilde{M}_{\delta_T} \delta_T \quad (2.65) \\
 \dot{\theta} &= q
 \end{aligned}$$

Dalam analisis kestabilan sudut serang (α) sering digunakan sebagai *state* variabel dari pada kecepatan linier (w), sehingga untuk sudut yang sangat kecil dipenuhi kondisi $w = U_0 \alpha$ atau $\alpha = \frac{w}{U_0}$. Akibatnya, persamaan gerak longitudinal (2.65) menjadi:

$$\begin{aligned}
 \dot{u} &= X_u u + X_\alpha \alpha - g \cos \Theta_0 \theta + X_{\delta_e} \delta_e + X_{\delta_T} \delta_T \\
 \dot{\alpha} &= Z_u^* u + Z_w \alpha + U_0 q - g \sin \Theta_0 \theta + Z_{\delta_e}^* \delta_e + Z_{\delta_T}^* \delta_T \\
 \dot{q} &= \tilde{M}_u u + \tilde{M}_\alpha \alpha + \tilde{M}_q q + \tilde{M}_\theta \theta + \tilde{M}_{\delta_e} \delta_e + \tilde{M}_{\delta_T} \delta_T \quad (2.66) \\
 \dot{\theta} &= q
 \end{aligned}$$

dimana:

$$\begin{aligned}
 Z_u^* &= \frac{Z_u}{U_0} & Z_{\delta_e}^* &= \frac{Z_{\delta_e}}{U_0} \\
 Z_{\delta_T}^* &= \frac{Z_{\delta_T}}{U_0} & X_\alpha &= X_w U_0 \\
 \tilde{M}_\alpha &= \tilde{M}_w U_0
 \end{aligned}$$

Persamaan (2.66) merupakan persamaan pesawat untuk gerak longitudinal. Jika Persamaan (2.66) dibentuk menjadi persamaan

keadaan $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}$, dengan:

\mathbf{A} : Matriks Keadaan

\mathbf{B} : Matriks Input

$$\text{maka: } \dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}, \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \delta_e \\ \delta_T \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} X_u & X_\alpha & 0 & -g \cos \Theta_0 \\ Z_u^* & Z_\alpha & 1 & -\frac{g \sin \Theta_0}{U_0} \\ \tilde{M}_u & \tilde{M}_\alpha & \tilde{M}_q & \tilde{M}_\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} X_{\delta_e} & X_{\delta_T} \\ Z_{\delta_e}^* & Z_{\delta_T}^* \\ \tilde{M}_{\delta_e} & \tilde{M}_{\delta_T} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Dari matriks persamaan keadaan diatas, terlihat bahwa variabel keadaannya terdiri dari kecepatan linier u , sudut serang α , laju sudut $pitch$ q , sudut $pitch$ θ . Input dari sistem tersebut adalah defleksi sirip *elevator* dan defleksi *throttle*. Sedangkan matriks \mathbf{A} dan \mathbf{B} adalah parameter terbang dari pesawat.

Pada analisa kestabilan gerak longitudinal ini output yang diharapkan ada empat, yaitu kecepatan linear sumbu-x (u), sudut serang (α), laju sudut $pitch$ (q), dan sudut $pitch$ (θ). Berikut ini adalah matriks output $\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x}$ dari masing-masing output yang diharapkan.

Tabel 2.3: Matriks Output pada Gerak Longitudinal

No	Output	Matriks output
1	$y \triangleq u$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
2	$y \triangleq \alpha$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
3	$y \triangleq q$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
4	$y \triangleq \theta$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

2.4.6 Persamaan Keadaan Gerak Lateral-Direksional

Gerak lateral-direksional adalah gerakan pesawat yang melibatkan kecepatan linear ke samping v , laju sudut *roll* p , laju sudut *yaw* r , sudut *roll* ϕ , sudut *yaw* ψ . Dalam kasus ini sudut *yaw* diabaikan untuk mereduksi bentuk matriks. Pengabaian ini tidak berpengaruh terhadap gerak pesawat lateral-direksional.

Sehingga persamaan gerak yang terlibat dalam gerak lateral-direksional adalah sebagai berikut[7]:

$$\begin{aligned}\dot{v} &= Y_v + Y_p + Y_r - U_0 r + W_0 p + g \cos \Theta_0 \phi + Y_{\delta_r} \delta_r \\ \dot{p} &= L_v v + L_p p + L_r r + \frac{I_{xz}}{I_{xx}} \dot{r} + L_{\delta_a} \delta_a + L_{\delta_r} \delta_r \\ \dot{r} &= N_v + N_p + N_r + \frac{I_{xz}}{I_{zz}} \dot{p} + N_{\delta_a} \delta_a + N_{\delta_r} \delta_r \\ \dot{\phi} &= p + r \tan \Theta_0\end{aligned}\quad (2.67)$$

Pada gerak lateral-direksional, parameter terbang yang sering diabaikan dalam analisa gerak pesawat adalah Y_p , Y_r [7]. Hal ini dikarenakan parameter tersebut tidak berpengaruh besar terhadap respon gerak pesawat. Disamping itu $W_0 = 0$, seperti yang dijelaskan pada sub bab sebelumnya, sehingga Persamaan (2.67) menjadi:

$$\dot{v} = Y_v - U_0 r + g \cos \Theta_0 \phi + Y_{\delta_r} \delta_r \quad (2.68)$$

$$\dot{p} = L_v v + L_p p + L_r r + \frac{I_{xz}}{I_{xx}} \dot{r} + L_{\delta_a} \delta_a + L_{\delta_r} \delta_r \quad (2.69)$$

$$\dot{r} = N_v + N_p + N_r + \frac{I_{xz}}{I_{zz}} \dot{p} + N_{\delta_a} \delta_a + N_{\delta_r} \delta_r \quad (2.70)$$

$$\dot{\phi} = p + r \tan \Theta_0 \quad (2.71)$$

Dengan memisalkan

$$\begin{aligned}\frac{I_{xz}}{I_{xx}} &= I_A \\ \frac{I_{xz}}{I_{zz}} &= I_B\end{aligned}$$

kemudian mensubstitusikan Persamaan (2.69) ke Persamaan (2.70) dan sebaliknya, maka persamaan gerak lateral-direksional menjadi:

$$\begin{aligned}
 \dot{v} &= Y_v - U_0 r + g \cos \Theta_0 \phi + Y_{\delta_r} \delta_r \\
 \dot{p} &= L'_v v + L'_p p + L'_r r + L'_{\delta_a} \delta_a + L'_{\delta_r} \delta_r \\
 \dot{r} &= N'_v v + N'_p p + N'_r r + N'_{\delta_a} \delta_a + N'_{\delta_r} \delta_r \\
 \dot{\phi} &= p + r \tan \Theta_0
 \end{aligned} \tag{2.72}$$

Dimana:

$$\begin{aligned}
 L'_v &= (I_A N_v + L_v) & N'_v &= (I_B L_v + N_v) \\
 L'_p &= (I_A N_p + L_p) & N'_p &= (I_B L_p + N_p) \\
 L'_r &= (I_A N_r + L_r) & N'_r &= (I_B L_r + N_r) \\
 L'_{\delta_a} &= (I_A N_{\delta_a} + L_v) & N'_{\delta_a} &= (I_B L_{\delta_a} + N_{\delta_a}) \\
 L'_{\delta_r} &= (I_A N_{\delta_r} + L_{\delta_r}) & N'_{\delta_r} &= (I_B L_{\delta_r} + N_{\delta_r})
 \end{aligned}$$

Dalam analisa kestabilan *sideslip angles* (β) sering digunakan sebagai *state* variabel dari pada *sideslip velocity* (v), sehingga untuk sudut yang sangat kecil dipenuhi kondisi $v = U_0 \beta$ atau $\beta = \frac{v}{U_0}$. Akibatnya, persamaan gerak lateral-direksional (2.72) menjadi:

$$\begin{aligned}
 \dot{\beta} &= Y_v \beta - r + \frac{g \cos \Theta_0}{U_0} \phi + \frac{Y_{\delta_r}}{U_0} \delta_r \\
 \dot{p} &= L'_\beta \beta + L'_p p + L'_r r + L'_{\delta_a} \delta_a + L'_{\delta_r} \delta_r \\
 \dot{r} &= N'_\beta \beta + N'_p p + N'_r r + N'_{\delta_a} \delta_a + N'_{\delta_r} \delta_r \\
 \dot{\phi} &= p + r \tan \Theta_0
 \end{aligned} \tag{2.73}$$

dimana :

$$\begin{aligned}
 L'_\beta &= L'_v U_0 \\
 N'_\beta &= N'_v U_0
 \end{aligned}$$

kemudian Persamaan (2.73) dibentuk menjadi persamaan keadaan $\dot{x} = Ax + Bu$, dengan:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix}, \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \delta_r \\ \delta_a \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} Y_v & 0 & -1 & \frac{g \cos \Theta_0}{U_0} \\ L'_\beta & L'_p & L'_r & 0 \\ N'_\beta & N'_p & N'_r & 0 \\ 0 & 1 & \tan \Theta_0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{Y_{\delta_r}}{U_0} & 0 \\ L'_{\delta_r} & L'_{\delta_a} \\ N'_{\delta_r} & N'_{\delta_a} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Pada matriks persamaan keadaan diatas, terlihat bahwa yang menjadi variabel *state* adalah *sideslip angles* (β), laju sudut *roll* (p), laju sudut *yaw* (r), serta sudut *roll* (ϕ). *Input* dari sistem tersebut adalah defleksi sirip *rudder* (δ_r) dan *aileron* (δ_a). Sedangkan matriks A dan B merupakan parameter terbang pesawat.

Pada analisis kestabilan gerak lateral-direksional ini output yang diharapkan ada empat, yaitu *sideslip angles* (β), laju sudut *roll* (p), laju sudut *yaw* (r), serta sudut *roll* (ϕ). Berikut ini adalah matriks output $\mathbf{y} = C\mathbf{x}$ dari masing- masing output yang diharapkan.

Tabel 2.4: Matriks Output pada Gerak Lateral-Direksional

No	Output	Matriks output
1	$y \triangleq \beta$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
2	$y \triangleq p$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
3	$y \triangleq r$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
4	$y \triangleq \phi$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

2.5 Keterkontrolan dan Keteramatan

Diberikan sistem linier invarian-waktu berdimensi- n yang disajikan oleh persamaan:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u}\end{aligned}\tag{2.74}$$

Definisi 2.5.1. [16]Sistem linear (2.74) dikatakan terkontrol bila untuk setiap keadaan sebarang $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$ ada masukan $\mathbf{u}(t)$ yang tidak dibatasi mentransfer keadaan \mathbf{x}_0 ke sebarang keadaan akhir $\mathbf{x}(t_1) = \mathbf{x}_1$ dengan waktu akhir t_1 hingga.

Syarat cukup dan perlu suatu sistem linier (2.74) dikatakan terkontrol, jika matriks:

$$\mathbf{M}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{A}\mathbf{B} & \mathbf{A}^2\mathbf{B} & \cdots & \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B} \end{bmatrix}$$

mempunyai *rank* sama dengan n .

Definisi 2.5.2. [16]Bila setiap keadaan awal $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$ secara tunggal dapat diamati dari setiap pengukuran keluaran sistem (2.74) dari waktu $t = 0$ ke $t = t_1$, maka sistem dikatakan "teramati".

Syarat cukup dan perlu suatu sistem linier (2.74) dikatakan teramati, jika matriks:

$$\mathbf{M}_o = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C}\mathbf{A} \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^{n-1} \end{bmatrix}$$

mempunyai *rank* sama dengan n .

2.6 Sistem Kendali LQR

LQR adalah salah satu metode perancangan sistem kendali modern. Dasar perancangan menggunakan model persamaan keadaan yang berbentuk sebagai berikut[3,14,15]:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2.75)$$

$$y = Cx + Du \quad (2.76)$$

y adalah keluaran yang ingin dikendalikan. Tujuan LQR adalah meregulasi/membuat keluaran y menjadi nol dengan input seminimal mungkin. Tujuan ini dicapai dengan merancang sebuah *gain feedback* K yang bisa meminimisasi *cost function*. *Cost function* adalah waktu integral dari bentuk kuadratis pada vektor keadaan (*state*) x dan vektor masukan u seperti pada persamaan berikut:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T \hat{Q}x + u^T \hat{R}u) dt$$

Dimana \hat{Q} adalah matriks simetris, semi-definit positif dan \hat{R} adalah matriks simetris, definit positif.

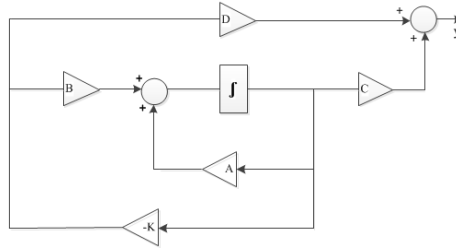
Definisi 2.6.1. [16] Suatu matriks A yang berukuran $n \times n$ dikatakan semi-definit positif, jika untuk setiap vektor $x \neq 0$ dengan n komponen berlaku $x^T Ax \geq 0$, dan dikatakan definit positif, jika $x^T Ax > 0$.

LQR mengendalikan proses/*plant* dengan menggunakan kombinasi linier variabel keadaan *plant* tersebut. Maka, LQR membutuhkan semua *state* dalam *plant* tersedia untuk proses kontrol (dapat diukur atau diakses datanya). Jika tidak semua variabel keadaan ini bisa diperoleh, maka LQR dapat ditambah dengan *observer/estimator* untuk mengestimasi variabel keadaan yang tidak dapat diukur berdasarkan model *plant* dan output yang

dapat diukur.

Bentuk dari sinyal kendali adalah

$$u = -Kx \quad (2.77)$$



Gambar 2.12: Diagram Blok Sistem Kendali LQR tanpa Masukan

dengan K adalah matriks umpan balik yang diperoleh dari penyelesaian persamaan aljabar Riccati. Dari (2.77) matriks umpan balik K diperoleh dengan menyelesaikan persamaan Riccati. Salah satu kendala penggunaan metode LQR adalah penyelesaian persamaan Riccati yang tidak mudah jika diselesaikan secara manual. Oleh karena itu, dibutuhkan bantuan komputer, dalam hal ini dengan paket program Matlab. Jika elemen-elemen matriks K yang tidak diketahui ditentukan sedemikian rupa, maka $u = -Kx$ optimal untuk syarat awal $x(0)$.

Dari indeks persamaan keadaan sistem dan indeks performansi didapat nilai matriks K yang optimal untuk indeks performansi yang dipilih sebagai:

$$K = \hat{R}^{-1} B^T \hat{P} \quad (2.78)$$

dengan \hat{P} adalah unik (penyelesaian yang bersifat tunggal). Solusi semi-definit positif untuk persamaan Riccati harus memenuhi persamaan tereduksi berikut:

$$A^T \hat{P} + \hat{P} A + \hat{Q} - \hat{P} B \hat{R}^{-1} B^T \hat{P} = 0 \quad (2.79)$$

Persamaan (2.79) disebut persamaan Riccati. Dalam perancangan teknik kendali optimal LQR, setelah matriks \hat{P} diketahui, maka nilai \hat{P} tersebut disubstitusikan ke dalam Persamaan (2.78) sehingga diperoleh nilai matriks optimal K .

2.7 Hubungan LQR dengan Persamaan Riccati

Untuk sistem linier, time-invariant, dapat diturunkan persamaan Riccati. Untuk mencari penyelesaian tersebut diberikan persamaan Hamiltonian sebagai berikut[3,16]:

$$H(x, u, \lambda, t) = \frac{1}{2}(x^T \hat{Q}x + u^T \hat{R}u) + \lambda^T(Ax + Bu) \quad (2.80)$$

Dari Persamaan (2.80) diperoleh:

a. Kondisi Optimal:

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0 \quad (2.81)$$

b. Persamaan State:

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial \lambda} \quad (2.82)$$

c. Persamaan Costate:

$$\dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial x} \quad (2.83)$$

Dengan menggunakan aturan diferensiasi matriks dan vektor, Persamaan (2.82) dan (2.83) menjadi:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2.84)$$

$$-\dot{\lambda} = \hat{Q}x + A^T \lambda \quad (2.85)$$

$$u = -\hat{R}^{-1} B^T \lambda \quad (2.86)$$

dengan u merupakan vektor kendali optimal.

Dengan mensubstitusikan Persamaan (2.86) ke Persamaan (2.82), maka diperoleh:

$$\dot{x} = Ax - B\hat{R}^{-1}B^T\lambda \quad (2.87)$$

Sehingga Persamaan (2.85) dan (2.87) dapat dituliskan menjadi:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & -B\hat{R}^{-1}B^T \\ -\hat{Q} & -A^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix} \\ &= H \begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix} \end{aligned}$$

H disebut matriks Hamiltonian dan sangat berperan penting dalam teori LQR. Dengan menggunakan substitusi $\lambda = \hat{P}x$, kemudian dilakukan diferensiasi pada kedua ruas, maka diperoleh:

$$\begin{aligned} \frac{d\lambda}{dt} &= \frac{d\hat{P}}{dt}x + \hat{P}\frac{dx}{dt} \\ -\hat{Q}x - A^T\hat{P}x &= \frac{d\hat{P}}{dt}x + \hat{P}Ax - \hat{P}B\hat{R}^{-1}B^T\hat{P}x \end{aligned} \quad (2.88)$$

Persamaan (2.88) harus dapat memenuhi untuk semua nilai x . Syarat cukup untuk kendali optimal matriks \hat{P} harus memenuhi:

$$\begin{aligned} -\frac{d\hat{P}}{dt} &= \hat{Q} + A^T\hat{P} + \hat{P}A - \hat{P}B\hat{R}^{-1}B^T\hat{P} \\ 0 &= \hat{Q} + A^T\hat{P} + \hat{P}A - \hat{P}B\hat{R}^{-1}B^T\hat{P} \end{aligned}$$

Persamaan diatas dikenal sebagai persamaan Riccati (*Riccati Equation*). Persamaan Riccati merupakan diferensial orde pertama yang bersifat non linier. Formulasi dan solusi masalah LQR pada waktu berhingga (*finite*), dengan nilai umpan balik keadaan.

$$u = -Kx$$

Dengan

$$K = \hat{R}^{-1} B^T \hat{P}$$

dengan syarat matriks A dan B terkontrol.

2.8 LQR dengan Aksi Integral

Permasalahan yang umum ditemui dalam bidang kendali yaitu tidak hanya menstabilkan sistem, tetapi bagaimana keluaran sistem mengikuti perubahan *setpoint* atau referensi yang ditentukan. Untuk dapat mengatur output sesuai dengan referensi r , maka ditambahkan sebuah *integrator* dan mendefinisikan *error state* (ξ) yang merupakan output dari *integrator*, dengan $\dot{\xi}$ merupakan selisih antara input dan output dari sistem. Sistem pada Persamaan (2.75), (2.76) menjadi [17,18,19,20]:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2.89)$$

$$y = Cx \quad (2.90)$$

$$u = -Kx + k_I \xi \quad (2.91)$$

$$\dot{\xi} = r - y = r - Cx \quad (2.92)$$

dengan:

- x : vektor keadaan
- u : sinyal pengontrol
- y : output
- r : *reference input (step function, skalar)*
- ξ : output dari *integrator*

Sistem dinamik pada Persamaan (2.89)-(2.92) dapat dituliskan

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\xi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} r(t) \quad (2.93)$$

Misalkan $x(\infty)$, $\xi(\infty)$, $u(\infty)$, dan $y(\infty)$ adalah nilai $x(t)$, $\xi(t)$, $u(t)$, dan $y(t)$ pada saat $t \rightarrow \infty$. Desain *tracking* harus membuat sistem menjadi stabil, sehingga $x(\infty)$, $\xi(\infty)$, $u(\infty)$ mendekati nilai konstan. Selain itu, nilai $\xi(t) = 0$ dan $y(\infty) = r$.

Pada keadaan *steady state* persamaan (2.93) menjadi:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(\infty) \\ \dot{\xi}(\infty) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(\infty) \\ \xi(\infty) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(\infty) + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} r(\infty) \quad (2.94)$$

Karena $r(t)$ adalah sinyal *step* maka $r(\infty) = r(t) = r$ yang bernilai konstan, untuk $t > 0$. Mengurangkan Persamaan (2.93) dengan (2.94), maka akan didapat:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) - \dot{x}(\infty) \\ \dot{\xi}(t) - \dot{\xi}(\infty) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) - x(\infty) \\ \xi(t) - \xi(\infty) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} [u(t) - u(\infty)]$$

Misalkan bahwa:

$$\begin{aligned} x(t) - x(\infty) &= x_e(t) \\ \xi(t) - \xi(\infty) &= \xi_e(t) \\ u(t) - u(\infty) &= u_e(t) \end{aligned}$$

Persamaan *state error* dapat dituliskan

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_e(t) \\ \dot{\xi}_e(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e(t) \\ \xi_e(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u_e(t) \quad (2.95)$$

dimana:

$$u_e(t) = -Kx_e(t) + k_I \xi_e(t) \quad (2.96)$$

Vektor *error* berukuran $(n + 1)$ didefinisikan oleh:

$$e(t) = \begin{bmatrix} x_e(t) \\ \xi_e(t) \end{bmatrix}$$

maka Persamaan (2.95) menjadi:

$$\dot{e} = \hat{A}e + \hat{B}u_e \quad (2.97)$$

dimana:

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}, \hat{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$$

dan Persamaan (2.96) menjadi:

$$u_e = -\hat{K}e \quad (2.98)$$

dimana:

$$\hat{K} = \begin{bmatrix} K & -k_I \end{bmatrix}$$

Sehingga Persamaan (2.97) menjadi:

$$\dot{e} = (\hat{A} - \hat{B}\hat{K})e$$

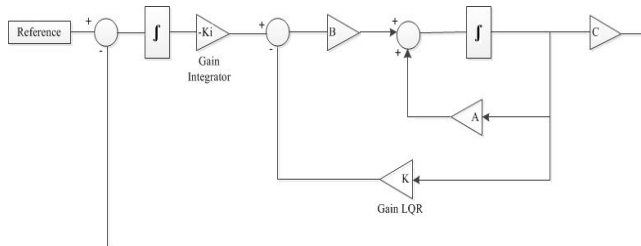
Nilai \hat{K} dicari dengan metode LQR dengan *cost function* yang baru didefinisikan oleh:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty (e^T \hat{Q}e + u_e^T \hat{R}u_e) dt$$

dan persamaan Riccatinya adalah:

$$\hat{A}^T \hat{P} + \hat{P} \hat{A} + \hat{Q} - \hat{P} \hat{B} \hat{R}^{-1} \hat{B}^T \hat{P} = 0 \quad (2.99)$$

Diagram blok sistem kendali LQR dengan aksi integral ditunjukkan pada Gambar 2.13[17,18,19].



Gambar 2.13: Diagram Blok Sistem Kendali LQR dengan Aksi Integral

Halaman ini sengaja dikosongkan.

BAB III

METODE PENELITIAN

Dalam bab ini diuraikan langkah-langkah sistematis yang dilakukan dalam proses pengerjaan Tugas Akhir. Kegiatan penelitian dalam Tugas Akhir ini terdiri atas: studi literatur, pemodelan persamaan keadaan LSU-05, perancangan sistem kendali, simulasi dan pembahasan, dan penarikan kesimpulan.

3.1 Studi Literatur

Pada tahap ini dipelajari literatur-literatur ilmiah yang memiliki hubungan dan mendukung topik penelitian LQR meliputi:

1. Sistem sumbu dan *surface control* pesawat.
2. Pemodelan gerak pesawat.
3. Sistem kendali optimal.
4. Pembuatan *source code* sistem kendali LQR menggunakan Matlab.

3.2 Pemodelan Persamaan Keadaan LSU-05

Pemodelan persamaan keadaan LSU-05 meliputi pengkajian model matematika gerak pesawat dalam bentuk persamaan keadaan dalam mode longitudinal dan lateral-direksional, identifikasi parameter dan validasi persamaan keadaan menggunakan data *dummy*, dan perancangan sistem kendali. Namun sebelum dilakukan perancangan sistem kendali, maka dilakukan uji keterkontrolan dan keteramatan.

3.3 Perancangan Sistem Kendali

Langkah-langkah yang dilakukan dalam tahap perancangan sistem kendali LQR meliputi:

1. Menentukan matriks \hat{Q} dan \hat{R}
2. Mendapatkan matriks \hat{P} .
3. Mendapatkan gain *feedback* dan gain *integrator*.

3.4 Simulasi dan Pembahasan

Analisis dan pembahasan dilakukan terhadap hasil perancangan dan simulasi sistem kendali yang dibangun menggunakan simulink Matlab dengan kriteria meliputi:

1. *Delay Time* (t_d): waktu yang diperlukan respon untuk mencapai setengah harga akhir yang pertama kali.
2. *Rise Time* (t_r): waktu yang diperlukan respon untuk naik dari 10 sampai 90%, 5 sampai 95%, atau 0 sampai 100% dari harga akhirnya.
3. *Peak Time* (t_p): waktu yang diperlukan respon untuk mencapai puncak lewatan yang pertama kali.
4. *Maximum Overshoot* (M_p): nilai puncak maksimum dari tanggapan diukur dari nilai akhir tanggapan. Biasanya dirumuskan dalam persentase:

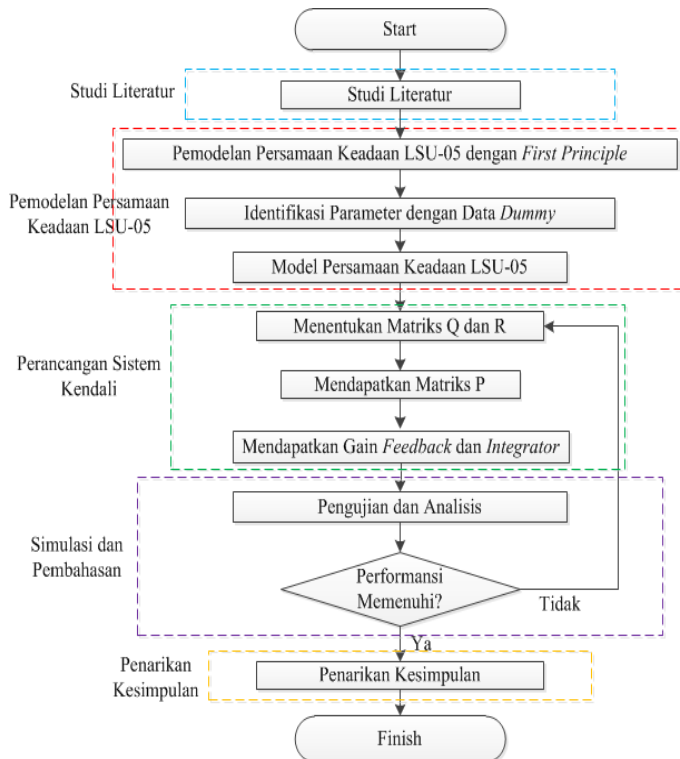
$$M_p = \frac{c(t_p) - c(\infty)}{c(\infty)} \times 100\%$$

5. *Settling Time* (t_s): waktu yang dibutuhkan tanggapan untuk mencapai nilai akhir dari tanggapan dan tetap berada pada nilai tersebut dalam range persentase tertentu dari nilai akhir (biasanya 2% atau 5%).

3.5 Penarikan Kesimpulan

Setelah setiap tahap dilakukan, langkah akhir adalah penarikan kesimpulan dari hasil analisis pada simulasi yang telah dilakukan.

Alur penelitian seperti ditampilkan pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1: Alur Penelitian

Halaman ini sengaja dikosongkan.

BAB IV ANALISIS HASIL SIMULASI

Pada bab ini dijelaskan tentang model persamaan keadaan gerak longitudinal dan lateral-direksional LSU-05 yang akan digunakan dalam perancangan sistem kendali. Sebelum dilakukan perancangan sistem kendali, dilakukan uji keterkontrolan dan keteramatan sistem. Selanjutnya hasil perancangan yang telah dibuat disimulasikan menggunakan simulink Matlab. Terhadap hasil simulasi dilakukan analisis untuk mengetahui karakteristik dan kestabilan terbang LSU-05.

4.1 Persamaan Keadaan Gerak Longitudinal LSU-05

Persamaan keadaan gerak longitudinal LSU-05 dari hasil identifikasi dengan data *dummy*, yaitu sebagai berikut[21]:

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\theta} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,83705 & 1,7696 & -0,35236 & 0 \\ -5,9575 & -21,766 & 0,0056738 & 0,8717 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 14,891 & -47,637 & -0,015802 & -7,9269 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \alpha \\ \theta \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 3,9397 \\ -0,91092 & 0 \\ 0 & 0 \\ -30,902 & -6,9048 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e \\ \delta_T \end{bmatrix}$$

Persamaan keluaran untuk sudut *pitch* adalah

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \alpha \\ \theta \\ q \end{bmatrix}$$

Sebelum membuat pengendali, sistem harus diketahui terlebih dahulu keterkontrolan dan keteramatannya. Keterkontrolan dan keteramatan mempunyai peran penting dalam mendesain pengendali dalam bentuk persamaan keadaan. Keterkontrolan dan keteramatan menentukan bisa tidaknya dilanjutkan perancangan sistem kendali.

1. Uji Keterkontrolan

Matriks keterkontrolan diberikan oleh persamaan berikut:

$$M_c = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & A^3B \end{bmatrix}$$

matriks keterkontrolan untuk input *elevator* adalah:

$$M_{c1} = \begin{bmatrix} 0 & -1.6120 & -0.3443 & 634.0307 \\ -0.9109 & -7.1102 & 415.5435 & -1.0759e + 04 \\ 0 & -30.9020 & 288.3506 & -1.9705e + 03 \\ -30.9020 & 288.3506 & -1.9705e + 03 & -4.1847e + 03 \end{bmatrix}$$

sedangkan matriks keterkontrolan untuk input *throttle* adalah:

$$M_{c2} = \begin{bmatrix} 3.9397 & -3.2977 & -46.9916 & 1.3449e + 03 \\ 0 & -29.4897 & 760.3299 & -1.5870e + 04 \\ 0 & -6.9048 & 113.3997 & 456.8941 \\ -6.9048 & 113.3997 & 456.8941 & -4.0543e + 04 \end{bmatrix}$$

2. Uji Keteramatan

Matriks keteramatan diberikan oleh persamaan berikut:

$$M_o = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ CA^3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 14.8910 & -47.6370 & -0.0158 & -7.9269 \\ 153.2934 & 1.4408e + 03 & -5.3920 & 21.2948 \end{bmatrix}$$

dengan menggunakan bantuan piranti lunak Matlab maka diperoleh $rank(M_{c1}) = 4$, $rank(M_{c2}) = 4$ dan $rank(M_o) = 4$. Nilai $rank$ dari matrik M_{c1} , M_{c2} , dan M_o sama dengan orde sistem, sehingga sistem dapat dikontrol dan dapat diamati. Dengan demikian perancangan sistem kendali dapat dilakukan.

4.2 Simulasi Gerak Longitudinal dengan LQR

Dengan menggunakan persamaan-persamaan dari dasar teori maka persamaan *state augmented* nya:

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\theta} \\ \dot{q} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,83705 & 1,7696 & -0,35236 & 0 & 0 \\ -5,9575 & -21,766 & 0,0056738 & 0,8717 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 14,891 & -47,637 & -0,015802 & -7,9269 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \alpha \\ \theta \\ q \\ \xi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 3,9397 \\ -0,91092 & 0 \\ 0 & 0 \\ -30,902 & -6,9048 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e \\ \delta_T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r$$

Merujuk dari persamaan (2.98), untuk mencari gain \hat{K} , ditentukan terlebih dahulu besarnya matriks pembobot \hat{Q} dan \hat{R} , serta mencari nilai \hat{P} yang merupakan solusi dari persamaan aljabar Riccati. Matriks \hat{Q} dan \hat{R} dicari dengan mencoba-coba (*trial and error*) sampai didapat kinerja gain yang sesuai dengan yang diinginkan.

Matriks pembobot \hat{Q} dan \hat{R} untuk model gerak longitudinal adalah:

$$\hat{Q} = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.15 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 50 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1675 \end{bmatrix}$$

$$\hat{R} = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix}$$

Tabel 4.1: Relasi *State* dan Nilai Matriks \hat{Q}

Indeks matriks \hat{Q}	<i>Gain</i>	<i>State</i> yang berkaitan
$\hat{Q}(1, 1)$	0.01	Kecepatan linier ke depan
$\hat{Q}(2, 2)$	0.15	Sudut serang
$\hat{Q}(3, 3)$	50	Sudut <i>pitch</i>
$\hat{Q}(4, 4)$	0.5	Laju sudut <i>pitch</i>
$\hat{Q}(5, 5)$	1675	<i>Error</i> integral sudut <i>pitch</i>

Untuk menyelesaikan persamaan Riccati pada persamaan (2.99) digunakan bantuan Matlab, sehingga didapatkan:

$$\hat{K} = \begin{bmatrix} -0.8354 & 1.4009 & -103.4526 & -7.1251 & 399.9417 \\ 1.4098 & -0.0857 & -21.5873 & -1.4830 & 86.8715 \end{bmatrix}$$

dimana gain *feedback* (K) dan gain *integrator* (k_I) adalah:

$$K = \begin{bmatrix} -0.8354 & 1.4009 & -103.4526 & -7.1251 \\ 1.4098 & -0.0857 & -21.5873 & -1.4830 \end{bmatrix}$$

$$k_I = \begin{bmatrix} 399.9417 \\ 86.8715 \end{bmatrix}$$

sesudah dan sebelum dikontrol sangat jauh berbeda. Sebelum dikontrol keluaran sudut *pitch* mengalami osilasi dan tidak bisa mengikuti referensi yang diinginkan, namun setelah dikontrol keluaran sudut *pitch* bisa segera mengikuti referensi.

Hasil Perbandingan respon *transient* untuk keluaran sudut *pitch* sebelum dan sesudah dikontrol dapat dilihat pada Tabel 4.2.

Tabel 4.2: Perbandingan Respon Sudut *Pitch*

Spesifikasi	Tanpa Pengendali	Dengan Pengendali
t_d	1.949 s	0.221 s
t_s	6.7 s	0.719 s
t_r	1.11 s	0.419 s
M_p	18.4%	0%
t_p	3.26 s	1.359 s

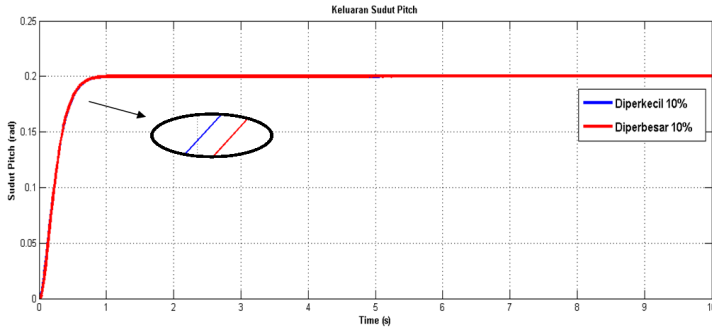
4.3 Simulasi Gerak Longitudinal Terhadap Gangguan dengan LQR

Simulasi keandalan pengendali digunakan untuk mengetahui kekuatan pengendali, sampai mana pengendali dapat mengatasi gangguan yang diterima oleh sistem. Pengujian ini dilakukan dengan memberikan gangguan yang muncul dari dalam (internal) dan gangguan dari luar sistem (eksternal).

4.3.1 Simulasi Gerak Longitudinal Terhadap Gangguan Internal

Simulasi ini dilakukan dengan mengubah nilai parameter pada sistem gerak longitudinal LSU-05, hal ini dilakukan untuk menguji sensitifitas pengendali terhadap ketidakpastian dari dalam sistem. Perubahan nilai parameter terbang berupa perubahan nilai parameter yang diperkecil dan diperbesar sebesar 10%. Hasil simulasi dan perbandingan respon *transient* dari perubahan nilai

parameter ini, dapat dilihat pada Gambar 4.3 dan Tabel 4.3.



Gambar 4.3: Simulasi Sudut *Pitch* Terhadap Perubahan Parameter yang Diperkecil dan Diperbesar

Tabel 4.3: Perbandingan Respon *Transient* Sudut *Pitch* Terhadap Perubahan Parameter yang Diperkecil dan Diperbesar

Spesifikasi	Diperkecil 10%	Diperbesar 10%
t_d	0.223 s	0.223 s
t_s	0.705 s	0.699 s
t_r	0.415 s	0.41 s
M_p	0.0197%	0.0219%
t_p	1.23 s	1.24 s

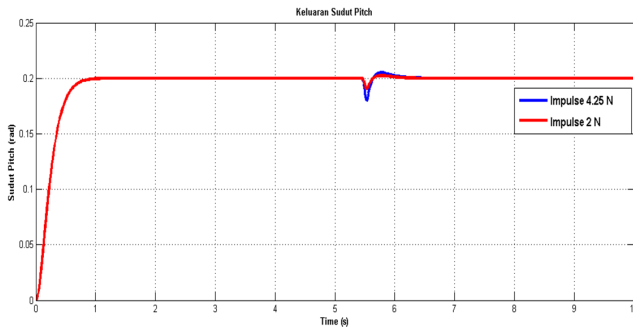
4.3.2 Simulasi Gerak Longitudinal Terhadap Gangguan Eksternal

Simulasi ini dilakukan dengan menambahkan suatu sinyal yang dianggap sebagai gangguan yang berasal dari luar sistem. Agar dapat dianalisa lebih baik, simulasi ini menggunakan sinyal *impulse* dan *square*, karena sinyal *impulse* dan *square* memiliki

karakteristik berbeda yaitu *impulse* bersifat sementara dan *square* bersifat kontinu pada selang tertentu.

1. Simulasi Terhadap Gangguan Sinyal *Impulse*

Sinyal *impulse* merupakan sinyal yang bernilai sangat besar dan muncul dalam waktu yang sangat singkat. Sinyal ini mewakili gangguan yang bersifat sementara. Pada simulasi ini diberikan dua macam sinyal *impulse*, yaitu yang bernilai kecil (2 N) dan bernilai besar (4.25 N). Hasil yang diperoleh dari uji dengan gangguan sinyal ini dapat dilihat pada Gambar 4.4.



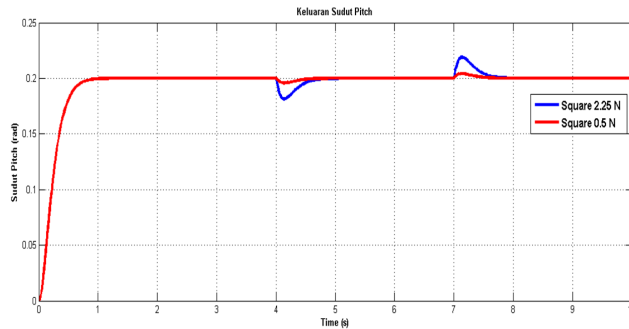
Gambar 4.4: Perbandingan Respon Sudut *Pitch* dengan Gangguan *Impulse* 2 N dan 4.25 N

Dari Gambar 4.4 terlihat bahwa *overshoot* yang dihasilkan oleh keluaran sudut *pitch* berturut-turut sebesar 10% dan 4.7% untuk gangguan *impulse* masing-masing sebesar 4.25 N dan 2 N, namun dalam waktu sekitar 0.5 s, kontroler mampu mengembalikan output pada nilai referensi yang diinginkan.

2. Simulasi Terhadap Gangguan Sinyal *Square*

Sinyal *square* adalah sinyal yang bernilai tetap untuk selang waktu tertentu. Pada simulasi ini diberikan dua macam sinyal *square*, yang bernilai kecil (0.5 N) dan yang bernilai besar (2.25

N). Hasil yang diperoleh dari uji dengan gangguan sinyal ini dapat dilihat pada Gambar 4.5.



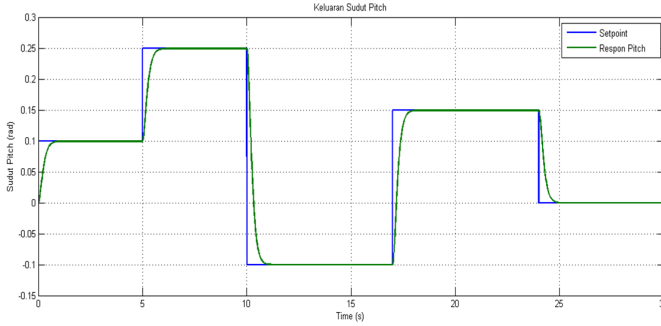
Gambar 4.5: Perbandingan Respon Sudut *Pitch* dengan Gangguan *Square* 0.5 N dan 2.25 N

Dari Gambar 4.5 terlihat bahwa saat terjadi gangguan pada detik ke 4-7 *overshoot* yang dihasilkan oleh keluaran sudut *pitch* berturut-turut sebesar 9.4% dan 2.1% untuk gangguan *square* masing-masing sebesar 2.25 N dan 0.5 N, namun dalam waktu 0.75 s, kontroler mampu mengembalikan output pada nilai referensi yang diinginkan. Setelah gangguan dihilangkan keluaran sudut *pitch* kembali mengalami *overshoot* dengan besaran yang sama dan dalam waktu sama juga, kontroler mampu mengembalikan output pada nilai referensi yang diinginkan.

4.4 Simulasi Gerak longitudinal dengan *Tracking Setpoint*

Pada simulasi uji *tracking* terhadap *setpoint* ditunjukkan respon keluaran sistem terhadap input *reference* atau *setpoint* yang disimulasikan sebagai sinyal *step*. Pada uji *tracking setpoint* ini diinginkan keluaran sistem dapat mengikuti *setpoint*. Untuk mengetahui respon keluaran sistem terhadap perubahan yang bervariasi, perubahan *setpoint* dilakukan lebih dari satu kali. Hasil

keluaran sudut *pitch* untuk *tracking setpoint* dapat dilihat pada Gambar 4.6.



Gambar 4.6: Respon Sudut *Pitch* Terhadap Perubahan *Setpoint*

Pada Gambar 4.6 menunjukkan bahwa respon sudut *pitch* dapat mengikuti perubahan nilai referensi dengan baik. Sistem mampu mengubah nilai referensi yang diberikan tersebut dalam waktu sekitar 1.4 s.

4.5 Persamaan Keadaan Gerak Lateral-Direksional LSU-05

Persamaan keadaan gerak lateral-direksional LSU-05 dari hasil identifikasi dengan data *dummy*, yaitu sebagai berikut[21]:

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,3817 & 0 & -1,0019 & 2,1827 \\ -21,063 & -16,055 & 0,87229 & 0 \\ 24,512 & -16,651 & -3,5379 & 0 \\ 0 & 1,0026 & -0,029766 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ p \\ r \\ \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -0,24719 \\ -36,263 & -688,44 \\ -0,67252 & -67,983 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_A \\ \delta_R \end{bmatrix}$$

Persamaan keluaran untuk sudut *roll* adalah

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ p \\ r \\ \phi \end{bmatrix}$$

Sebelum membuat pengendali, sistem harus diketahui terlebih dahulu keterkontrolan dan keteramatannya. Keterkontrolan dan keteramatan mempunyai peran penting dalam mendesain pengendali dalam bentuk persamaan keadaan. Keterkontrolan dan keteramatan menentukan bisa tidaknya dilanjutkan perancangan sistem kendali.

1. Uji Keterkontrolan

Matriks keterkontrolan diberikan oleh persamaan berikut:

$$M_c = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & A^3B \end{bmatrix}$$

matriks keterkontrolan untuk input *aileron* adalah:

$$M_{c1} = \begin{bmatrix} 0 & 0.6738 & -688.2644 & 1.4708e+04 \\ -36.2630 & 581.6158 & -8.8233e+03 & 1.4585e+05 \\ -0.6725 & 606.1945 & -1.1813e+04 & 1.7184e+05 \\ 0 & -36.3373 & 565.0840 & -8.4946e+03 \end{bmatrix}$$

sedangkan matriks keterkontrolan untuk input *rudder* adalah:

$$M_{c2} = \begin{bmatrix} -0.2472 & 68.7009 & -1.3386e+04 & 2.7846e+05 \\ -688.4400 & 1.0999e+04 & -1.6783e+05 & 2.7821e+06 \\ -67.9830 & 1.1698e+04 & -2.2284e+05 & 3.2548e+06 \\ 0 & -688.2064 & 1.0679e+04 & -1.6163e+05 \end{bmatrix}$$

2. Uji Keteramatan

Matriks keteramatan diberikan oleh persamaan berikut:

$$M_o = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ CA^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1.0026 & -0.0298 & 0 \\ -21.8474 & -15.6011 & 0.9799 & 0 \\ 404.6586 & 234.1600 & 4.8135 & -47.6863 \end{bmatrix}$$

dengan menggunakan bantuan piranti lunak Matlab maka diperoleh $rank(M_{c1}) = 4$, $rank(M_{c2}) = 4$ dan $rank(M_o) = 4$. Nilai $rank$ dari matrik M_{c1} , M_{c2} , dan M_o sama dengan orde sistem, sehingga sistem dapat dikontrol dan dapat diamati. Dengan demikian perancangan sistem kendali dapat dilakukan.

4.6 Simulasi Gerak Lateral-Direksional dengan LQR

Dengan menggunakan persamaan-persamaan dari dasar teori maka persamaan *state augmented* nya:

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,3817 & 0 & -1,0019 & 2,1827 & 0 \\ -21,063 & -16,055 & 0,87229 & 0 & 0 \\ 24,512 & -16,651 & -3,5379 & 0 & 0 \\ 0 & 1,0026 & -0,029766 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ p \\ r \\ \phi \\ \xi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -0,24719 \\ -36,263 & -688,44 \\ -0,67252 & -67,983 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_A \\ \delta_R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r$$

Merujuk dari persamaan (2.98), untuk mencari gain \hat{K} , ditentukan terlebih dahulu besarnya matriks pembobot \hat{Q} dan \hat{R} , serta mencari nilai \hat{P} yang merupakan solusi dari persamaan aljabar Riccati. Matriks \hat{Q} dan \hat{R} dicari dengan mencoba-coba (*trial and error*) sampai didapat kinerja gain yang sesuai dengan yang diinginkan.

Matriks pembobot \hat{Q} dan \hat{R} untuk model gerak lateral-direksional adalah:

$$\hat{Q} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1975 \end{bmatrix}$$

$$\hat{R} = \begin{bmatrix} 0.05 & 0 \\ 0 & 0.05 \end{bmatrix}$$

Tabel 4.4: Relasi *State* dan Nilai Matriks \hat{Q}

Indeks matriks \hat{Q}	Gain	State yang berkaitan
$\hat{Q}(1, 1)$	0.5	Sudut slip samping
$\hat{Q}(2, 2)$	0.01	Laju sudut <i>roll</i>
$\hat{Q}(3, 3)$	0.1	Laju sudut <i>yaw</i>
$\hat{Q}(4, 4)$	100	Sudut <i>roll</i>
$\hat{Q}(5, 5)$	1975	Error integral sudut <i>roll</i>

Untuk menyelesaikan persamaan Riccati pada persamaan (2.99) digunakan bantuan Matlab, sehingga didapatkan:

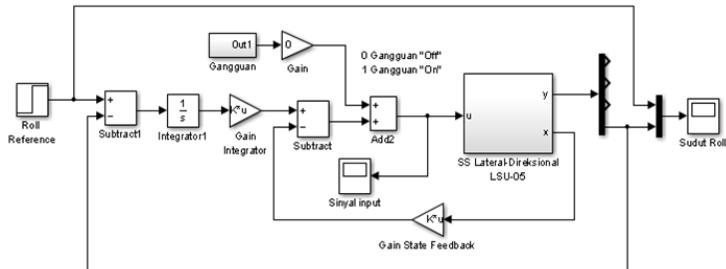
$$\hat{K} = \begin{bmatrix} 0.4373 & -0.0826 & 0.5153 & 4.3401 & -11.5172 \\ -1.0495 & -0.6014 & 0.1653 & -49.6914 & 198.4121 \end{bmatrix}$$

dimana gain *feedback* (K) dan gain *integrator* (k_I) adalah:

$$K = \begin{bmatrix} 0.4373 & -0.0826 & 0.5153 & 4.3401 \\ -1.0495 & -0.6014 & 0.1653 & -49.6914 \end{bmatrix}$$

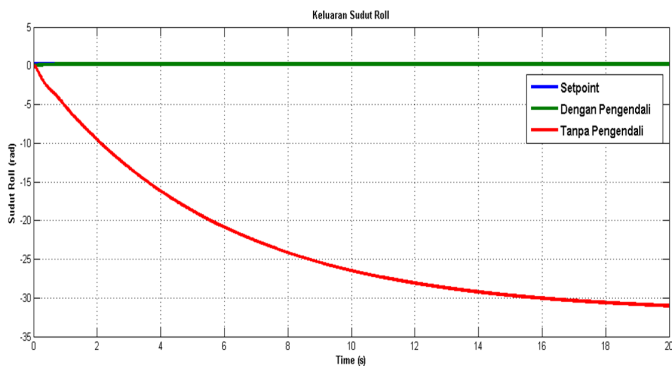
$$k_I = \begin{bmatrix} -11.5172 \\ 198.4121 \end{bmatrix}$$

Setelah didapatkan gain *feedback* (K) dan gain *integrator* (k_I), maka dilakukan simulasi dengan simulink Matlab. Blok simulasi gerak lateral-direksional dengan LQR ditampilkan pada Gambar 4.7.



Gambar 4.7: Blok Simulasi Gerak Lateral-Direksional dengan LQR

Pengujian dilakukan dengan memberikan masukan sinyal *step* sebesar 0.2 rad. Hasil Keluaran sudut *roll* sebelum dan sesudah dikontrol ditampilkan pada Gambar 4.8.



Gambar 4.8: Keluaran Sudut *Roll* dengan Masukan Sinyal *Step*

Dari Gambar 4.8 dapat dilihat bahwa keluaran sudut *roll* sesudah dan sebelum dikontrol sangat jauh berbeda. Sebelum dikontrol keluaran sudut *roll* turun dan *steady state* pada nilai -31.9606 rad serta tidak bisa mengikuti referensi yang diinginkan, namun setelah dikontrol keluaran sudut *roll* bisa segera mengikuti referensi.

Hasil Perbandingan respon *transient* dan respon *steady state* untuk keluaran sudut *roll* sebelum dan sesudah dikontrol dapat dilihat pada Tabel 4.5.

Tabel 4.5: Perbandingan Respon Sudut Roll

Spesifikasi	Tanpa Pengendali	Dengan Pengendali
t_d	3.919 s	0.186 s
t_s	22.3 s	0.87 s
t_r	12.6 s	0.515 s
M_p	0%	0%
t_p	39.94 s	2.02 s

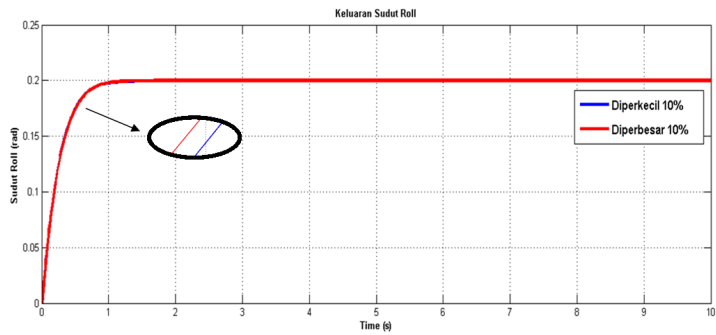
4.7 Simulasi Gerak Lateral-Direksional Terhadap Gangguan dengan LQR

Simulasi keandalan pengendali digunakan untuk mengetahui kekuatan pengendali, sampai mana pengendali dapat mengatasi gangguan yang diterima oleh sistem. Pengujian ini dilakukan dengan memberikan gangguan yang muncul dari internal dan gangguan dari eksternal.

4.7.1 Simulasi Gerak Lateral-Direksional Terhadap Gangguan Internal

Simulasi ini dilakukan dengan mengubah nilai parameter pada sistem gerak lateral-direksional LSU-05, hal ini dilakukan untuk menguji sensitifitas pengendali terhadap ketidakpastian dari dalam sistem. Perubahan nilai parameter terbang berupa perubahan nilai

parameter yang diperkecil dan diperbesar sebesar 10%. Hasil simulasi dan perbandingan respon *transient* dari perubahan nilai parameter ini, dapat dilihat pada Gambar 4.9 dan Tabel 4.6.



Gambar 4.9: Simulasi Sudut *Roll* Terhadap Perubahan Parameter yang Diperkecil

Tabel 4.6: Perbandingan Respon *Transient* Sudut *Roll* Terhadap Perubahan Parameter yang Diperkecil dan Diperbesar

Spesifikasi	Diperkecil 10%	Diperbesar 10%
t_d	0.186 s	0.187 s
t_s	0.871 s	0.866 s
t_r	0.512 s	0.516 s
M_p	0%	0%
t_p	2.03 s	2.01 s

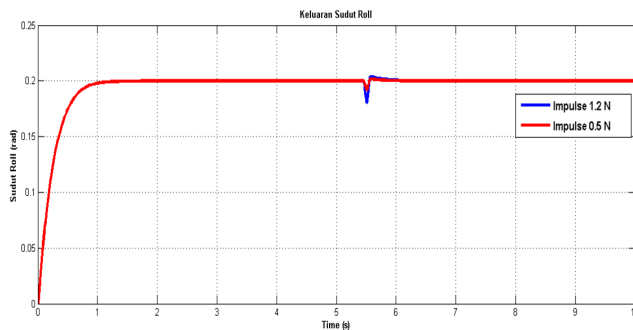
4.7.2 Simulasi Gerak Lateral-Direksional Terhadap Gangguan Eksternal

Simulasi ini dilakukan dengan menambahkan suatu sinyal yang dianggap sebagai gangguan yang berasal dari luar sistem.

Agar dapat dianalisa lebih baik, simulasi ini menggunakan sinyal *impulse* dan *square*, karena sinyal *impulse* dan *square* memiliki karakteristik berbeda yaitu *impulse* bersifat sementara dan *square* bersifat kontinu pada selang tertentu.

1. Simulasi Terhadap Gangguan Sinyal *Impulse*

Sinyal *impulse* merupakan sinyal yang bernilai sangat besar dan muncul dalam waktu yang sangat singkat. Sinyal ini mewakili gangguan yang bersifat sementara. Pada simulasi ini diberikan dua macam sinyal *impulse*, yaitu yang bernilai kecil (0.5 N) dan bernilai besar (1.2 N). Hasil yang diperoleh dari uji dengan gangguan sinyal ini dapat dilihat pada Gambar 4.10.

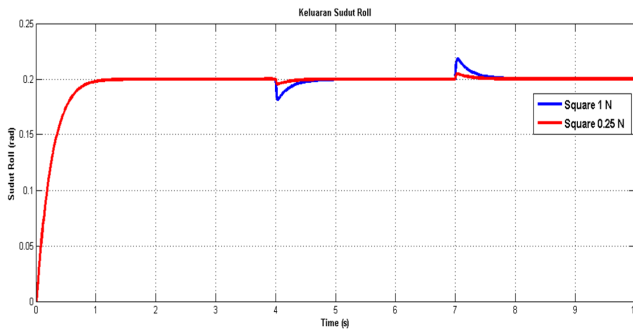


Gambar 4.10: Perbandingan Respon Sudut *Roll* dengan Gangguan *Impulse* 0.5 N dan 1.2 N

Dari Gambar 4.10 terlihat bahwa *overshoot* yang dihasilkan oleh keluaran sudut *roll* berturut-turut sebesar 9.8% dan 4.1% untuk gangguan *impulse* masing-masing sebesar 1.2 N dan 0.5 N, namun dalam waktu sekitar 0.25 s, kontroler mampu mengembalikan output pada nilai referensi yang diinginkan.

2. Simulasi Terhadap Gangguan Sinyal *Square*

Sinyal *square* adalah sinyal yang bernilai tetap untuk selang waktu tertentu. Pada simulasi ini diberikan dua macam sinyal *square*, yang bernilai kecil (0.25 N) dan yang bernilai besar (1 N). Hasil yang diperoleh dari uji dengan gangguan sinyal ini dapat dilihat pada Gambar 4.11.

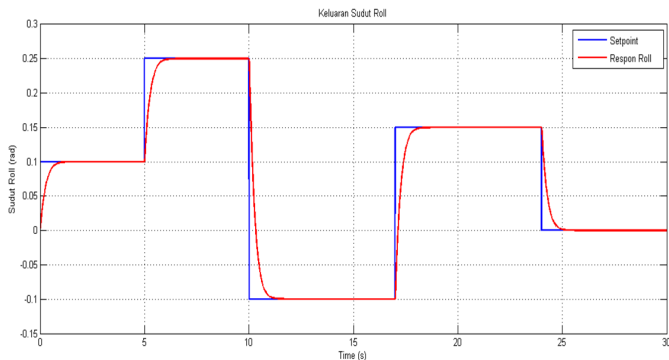


Gambar 4.11: Perbandingan Respon Sudut *Roll* dengan Gangguan *Square* 0.25 N dan 1 N

Dari Gambar 4.11 terlihat bahwa saat terjadi gangguan pada detik ke 4-7 *overshoot* yang dihasilkan oleh keluaran sudut *roll* berturut-turut sebesar 9.25% dan 2.3% untuk gangguan *square* masing-masing sebesar 1 N dan 0.25 N, namun dalam waktu 0.75 s, kontroler mampu mengembalikan output pada nilai referensi yang diinginkan. Setelah gangguan dihilangkan keluaran sudut *roll* kembali mengalami *overshoot* dengan besaran yang sama dan dalam waktu sama juga, kontroler mampu mengembalikan output pada nilai referensi yang diinginkan.

4.8 Simulasi Gerak Lateral-Direksional dengan *Tracking Setpoint*

Pada simulasi uji *tracking* terhadap *setpoint* ditunjukkan respon keluaran sistem terhadap input *reference* atau *setpoint* yang disimulasikan sebagai sinyal *step*. Pada uji *tracking setpoint* ini diinginkan keluaran sistem dapat mengikuti *setpoint*. Untuk mengetahui respon keluaran sistem terhadap perubahan yang bervariasi, perubahan *setpoint* dilakukan lebih dari satu kali. Hasil keluaran sudut *roll* untuk *tracking setpoint* dapat dilihat pada Gambar 4.12.



Gambar 4.12: Respon Sudut *Roll* Terhadap Perubahan *Setpoint*

Pada Gambar 4.12 menunjukkan bahwa respon sudut *roll* dapat mengikuti perubahan nilai referensi dengan baik. Sistem mampu mengubah nilai referensi yang diberikan tersebut dalam waktu sekitar 1.75 s.

4.9 Perbandingan Respon *Transient* antara LQR dan SMC pada LSU-05

Untuk membuktikan keunggulan sistem kendali LQR yang diusulkan sebagai alternatif sistem kendali pada LSU-05, maka

dalam Tugas Akhir ini dilakukan perbandingan hasil respon *transient* untuk keluaran sudut *pitch* dan *roll* dengan metode SMC yang telah dilakukan oleh M. Anas Fikri Muzaki[22].

Berikut perbandingan respon *transient* keluaran sudut *pitch* dan *roll* pada LSU-05 antara metode LQR dan SMC.

Tabel 4.7: Perbandingan Respon Sudut *Pitch* dan Sudut *Roll* antara LQR dan SMC

No.	Spesifikasi	Sudut <i>Pitch</i>		Sudut <i>Roll</i>	
		LQR	SMC	LQR	SMC
1	<i>Settling time</i>	0.719 s	5.57 s	0.87 s	4.46 s
2	<i>Rise time</i>	0.419 s	2.17 s	0.515 s	2.54 s
3	<i>Maximum overshoot</i>	0%	3.8%	0%	0%
4	<i>Peak time</i>	1.359 s	7.58 s	2.02 s	7 s

Pada Tabel 4.7 menunjukkan bahwa kendali LQR memiliki respon *transient* yang lebih baik dibandingkan dengan menggunakan pengendali SMC.

BAB V

PENUTUP

Pada bab ini, berisi kesimpulan dari semua kegiatan penelitian dan pengembangan dalam Tugas Akhir. Disamping itu diberikan saran untuk penelitian selanjutnya.

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan analisis hasil simulasi yang telah disajikan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut :

- a. Nilai parameter kendali yang didapat untuk gerak longitudinal adalah

$$K = \begin{bmatrix} -0.8354 & 1.4009 & -103.4526 & -7.1251 \\ 1.4098 & -0.0857 & -21.5873 & -1.4830 \end{bmatrix}$$
$$k_I = \begin{bmatrix} 399.9417 \\ 86.8715 \end{bmatrix}$$

sedangkan untuk gerak lateral-direksional adalah

$$K = \begin{bmatrix} 0.4373 & -0.0826 & 0.5153 & 4.3401 \\ -1.0495 & -0.6014 & 0.1653 & -49.6914 \end{bmatrix}$$
$$k_I = \begin{bmatrix} -11.5172 \\ 198.4121 \end{bmatrix}$$

- b. Hasil simulasi pengendali LQR untuk gerak longitudinal diketahui nilai $t_d = 0.221$ s, $t_r = 0.419$ s, $t_s = 0.719$ s, $t_p = 1.359$ s dan $M_p = 0\%$. Sedangkan untuk gerak lateral-direksional diperoleh nilai $t_d = 0.186$ s, $t_r = 0.515$ s, $t_s = 0.87$ s, $t_p = 2.222$ s dan $M_p = 0\%$.

- c. Pengendali mampu mengatasi gangguan internal berupa ketidakpastian parameter yang dilakukan dengan cara perubahan nilai parameter yang diperkecil dan diperbesar sebesar 10 %.
- d. Pengendali mampu mengatasi gangguan eksternal, pengendali pada sudut *pitch* mampu mengatasi gangguan berupa sinyal *impulse* sampai 4.25 N, sinyal *square* sampai 2.25 N dan pada sudut *roll* mampu mengatasi gangguan sinyal *impulse* sampai 1.2 N dan sinyal *square* sampai 1 N.
- e. Pada uji *setpoint tracking* respon sistem dapat menajjaki perubahan setpoint yang diberikan dengan hasil yang baik. Sistem mampu mengubah nilai referensi yang diberikan tersebut dalam waktu sekitar 1.4 detik untuk sudut *pitch* dan 1.75 detik untuk sudut *roll*.

5.2 Saran

Melalui penelitian yang telah dilakukan, dapat dikemukakan saran untuk pengembangan penelitian lebih lanjut sebagai berikut:

1. Untuk mendapatkan performansi yang baik, penentuan matriks pembobot \hat{Q} dan \hat{R} dapat dilakukan menggunakan metode optimasi.
2. Jika Menginginkan respon yang lebih baik, dapat dicoba metode kontrol yang lain, seperti *robust control* dan *adaptif control*.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Aris Rinaldi M., Andi. 2012. "Perancangan dan Implementasi Kontroler PID untuk Kestabilan Gerak Lateral dan Longitudinal Unmanned Aerial Vehicle (UAV)". Tugas Akhir. Jurusan Teknik Elektro ITS.
- [2] Bintoro, Atik., & S. Prabowo, Gunawan. 2013. **Penelitian dan Kajian Teknologi Pesawat Terbang**. Hal. 3-4. Jakarta: Indonesia Book Project (IBP).
- [3] Yulianto, Toni. 2012. "Aplikasi Metode LQR pada Kendali Attitude Rotor Spacecraft yang Berada di Sumbu Tetap". Tugas Akhir. Jurusan Matematika ITS.
- [4] Arrosyid, Rizal. 2014. "Pengendalian Gerak Satelit dengan Menggunakan Metode *Linear Quadratic Regulator* (LQR)". Tugas Akhir. Jurusan Matematika UNY.
- [5] Purwanto, Eko Budi. 2014. "Pemodelan dan Analisis Kestabilan LSU-05". Siptekgan, LAPAN.
- [6] Yogi Lestari, Handri. 2010. "Simulasi Sistem Kontrol Autopilot pada Gerak Longitudinal Pesawat Menggunakan Metode Pembentukan Lup PID". Tugas Akhir. Jurusan Fisika USU.
- [7] McLean, D. 1990. **Automatic Flight Control System**. UK: Prentice Hall International.
- [8] V.Cook, Michael. 2007. **Flight Dynamics Principles**. Elsevier Ltd.

- [9] H. Blakelock, John. 1990. **Automatic Control of Aircraft and Missiles**. USA: Yellow springs.
- [10] Nelson, Robert C. 1989. **Flight Stability and Automatic Control**. McGraw Hill, Inc.
- [11] Sukandi, Agus. 2010. "Pengendalian Gerak Longitudinal Pesawat Terbang dengan Metode Decoupling" Jurnal Politeknologi Vol. 9 No. 3.
- [12] Purnawan, Heri. 2014. "Pemodelan Gerak Longitudinal dan Analisis Kestabilan Dinamik LSU-05". Laporan Kerja Praktek. Jurusan Matematika ITS.
- [13] Fikri Muzaki, M. Anas. 2014. "Pemodelan Gerak Lateral-Direksional dan Analisis Kestabilan Dinamik LSU-05". Laporan Kerja Praktek. Jurusan Matematika ITS.
- [14] Wesley, Yusman. 2013. LQR (Linear Quadratic Regulator). <http://wesleyringo.blogspot.com/p/bagi-teman-teman-yang-menekuni-bidang.html> diakses pada 08 Mei 2015.
- [15] J. D. Ojong. LQR (Linear Quadratic Regulator). Available: [http:// akirajunto.wordpress.com/2010/07/28/lqr-linear-quadratic-regulator/](http://akirajunto.wordpress.com/2010/07/28/lqr-linear-quadratic-regulator/) diakses pada 08 Mei 2015.
- [16] Subiono. 2013. **Sistem Linear dan Kontrol Optimal**. Surabaya: ITS.
- [17] Ogata, Katsuhiko. 1970. **Modern Control Engineering**. Prentice Hall.
- [18] Ariyanto, Mochammad., Dharma Setiawan, Joga., & Haryanto, Ismoyo. 2013. "Kontrol Sudut Attitude Menggunakan *Linear Quadratic Regulator* (LQR) untuk Quadroter dengan Payload". Jurnal Rotasi Vol. 15, No. 4, Hal.16-27.

- [19] Vladimir Pena G, Mauricio., Carlos Vivas G, Edilberto., & Ivonn Rodriguez F, Carol. 2012. "Simulation of The Quadrator Controlled with LQR with Integral Effect". ABCM Symposium Series in Mechatronics - Vol. 5. Hal.390.
- [20] Hadi Utomo, Putranto. 2009. "Pengendalian Sistem Pendulum Terbalik dengan Umpan-Balik *State* dan Output". Tugas Akhir. Jurusan Matematika IPB.
- [21] Purwanto, Eko Budi. 2015. "Identification and Flight Stability Analysis of LSU-05 to Servo Deflection of Surface Control System". ISAST, LAPAN.
- [22] Fikri Muzaki, M. Anas. 2015. "Desain Kendali Sudut *Pitch* dan *Roll* pada LSU-05 dengan Metode *Sliding Mode Control* (SMC)". Tugas Akhir. Jurusan Matematika ITS.

Halaman ini sengaja dikosongkan.

LAMPIRAN A

Source Code

1. Uji Keterkontrolan dan Keteramatan

```
% Persamaan Keadaan Gerak Longitudinal
% Matriks Keadaan
A=[-0.83705 1.7696 -0.35236 0;
   -5.9575 -21.766 0.0056738 0.8717;
   0 0 0 1;
   14.891 -47.637 -0.015802 -7.9269];
% Matriks Input
B=[0 3.9397;-0.91092 0;0 0;-30.902 -6.9048];
% Matriks Keluaran
C=[0 0 1 0];
% Matriks Transmisi Langsung
D=[0];
% Cek Keterkontrolan
% Untuk input Delta_E (Defleksi Elevator)
Mc = ctrb(A,B(:,1))
% Untuk input Delta_T (Defleksi Throttle)
Mc = ctrb(A,B(:,2))
rank_of_Mc=rank(Mc)
% Cek Keteramatan
Mo = obsv(A,C)
rank_of_Mo=rank(Mo)

% Persamaan Keadaan Gerak Lateral-Direksional
% Matriks Keadaan
A=[-2.3817 0 -1.0019 2.1827;-21.063 -16.055 0.87229 0;
   24.512 -16.651 -3.5379 0;0 1.0026 -0.029766 0];
% Matriks Input
B=[0 -0.24719;-36.263 -688.44;-0.67252 -67.983;0 0];
% Matriks Keluaran
C=[0 0 0 1];
% Matriks Transmisi Langsung
D=[0];
% Cek Keterkontrolan
% Untuk input Delta_A (Defleksi Elevator)
Mc = ctrb(A,B(:,1))
% Untuk input Delta_R (Defleksi Throttle)
Mc = ctrb(A,B(:,2))
rank_of_Mc=rank(Mc)
% Cek Keteramatan
Mo = obsv(A,C)
rank_of_Mo=rank(Mo)
```

2. Mendapatkan Gain *Feedback* dan Gain *Integrator*

```
% State Space yang baru untuk gerak Longitudinal LSU-05
% Error ditambahkan pada SS gerak longitudinal
Ahat=[-0.83705 1.7696 -0.35236 0 0;
      -5.9575 -21.766 0.0056738 0.8717 0;
      0 0 0 1 0;
      14.891 -47.637 -0.015802 -7.9269 0;
      0 0 -1 0 0]
Bhat=[0 3.9397;-0.91092 0;0 0;-30.902 -6.9048;0 0]
% Pemilihan Bobot Q dan R
% Matriks Q adalah matriks semidefinit positif
Qm=[0.01 0.15 50 0.5 1675]; % Trial and error
Q=diag(Qm)
% Matriks R adalah matriks definit positif
Rm=[0.01 0.01]; % Trial and error
R=diag(Rm)
% Mendapatkan Gain state feedback dan integrator
[K,S,E]=lqr(Ahat,Bhat,Q,R)
Kp=[K(:,1:4)] % Gain state feedback
Ki=[K(:,5)] % Gain integrator untuk menghilangkan error
steady state

% SS yang baru untuk gerak Lateral-direksional LSU-05
% Error ditambahkan pada SS gerak lateral-direksional
Ahat=[-2.3817 0 -1.0019 2.1827 0;-21.063 -16.055
      0.87229 0 0;
      24.512 -16.651 -3.5379 0 0;0 1.0026 -0.029766 0 0;
      0 0 0 -1 0];
Bhat=[0 -0.24719;-36.263 -688.44;-0.67252 -67.983;0 0;0
      0];
% Pemilihan Bobot Q dan R
% Matriks Q adalah matriks semidefinit positif
Qm=[0.5 0.01 0.1 100 1975]; % Trial and error
Q=diag(Qm) % Baris 5 kolom 5 untuk integral error sudut
roll
% Matriks R adalah matriks definit positif
Rm=[0.05 0.05]; % Trial and error
R=diag(Rm)
% Mendapatkan Gain state feedback dan Gain integrator
[K,P,E]=lqr(Ahat,Bhat,Q,R)
Kp=[K(:,1:4)] % Gain state feedback
Ki=[K(:,5)] % Gain integrator untuk menghilangkan error
steady state
```

LAMPIRAN B

Sinyal Gangguan Eksternal

Sinyal gangguan yang digunakan pada tugas akhir ini adalah:

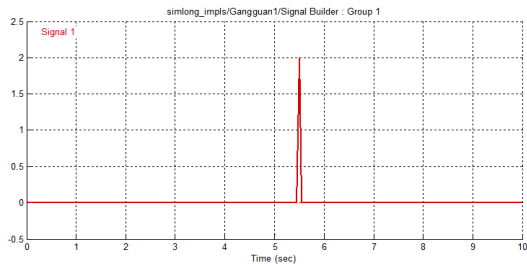
1. Sinyal *Impulse*

Pada pengujian diberikan dua macam sinyal *impulse*, yaitu

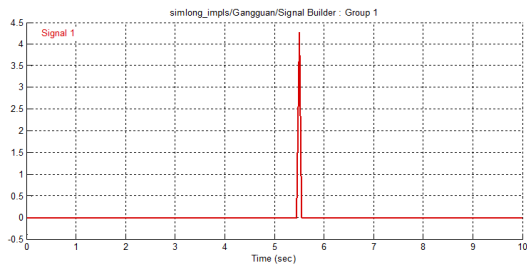
(a) Gerak Longitudinal

Untuk gerak longitudinal diberikan gangguan *impulse* sebagai berikut:

a. Sinyal *Impulse* kecil, bernilai 2 N



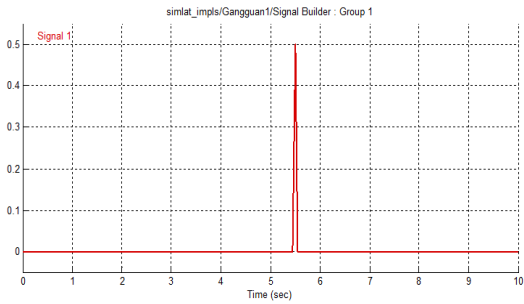
b. Sinyal *Impulse* besar, bernilai 4.25 N



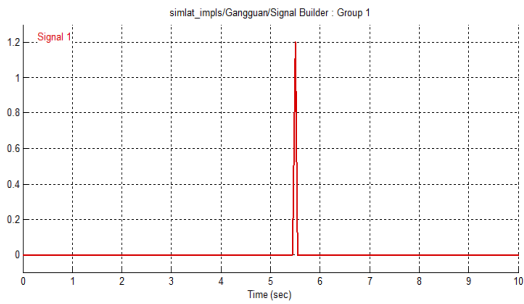
(b) Gerak Lateral-Direksional

Untuk gerak lateral-direksional diberikan gangguan *impulse* sebagai berikut:

- a. Sinyal *Impulse* kecil, bernilai 0.5 N



- b. Sinyal *Impulse* besar, bernilai 1.2 N



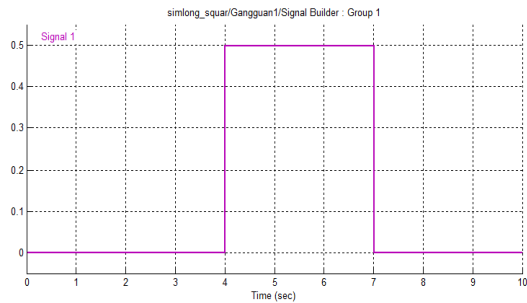
2. Sinyal *Square*

Pada pengujian diberikan dua macam sinyal *square*, yaitu

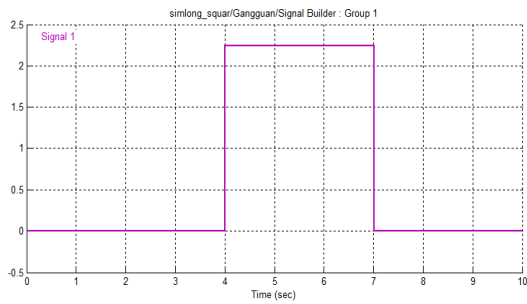
(a) Gerak Longitudinal

Untuk gerak longitudinal diberikan gangguan *square* sebagai berikut:

a. Sinyal *square* kecil, bernilai 0.5 N



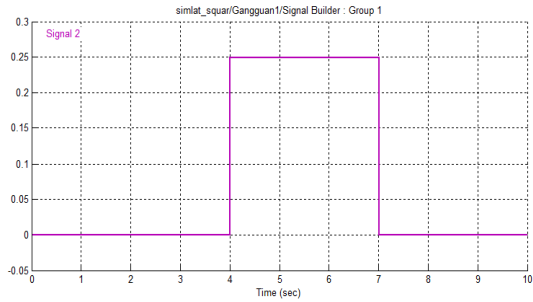
b. Sinyal *square* besar, bernilai 2.25 N



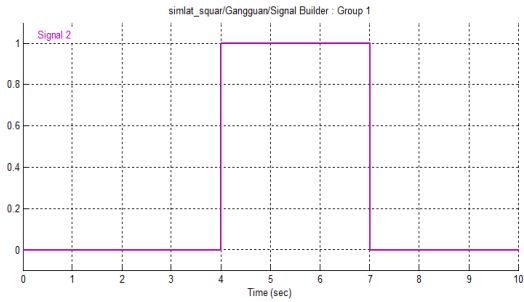
(b) Gerak Lateral-Direksional

Untuk gerak lateral-direksional diberikan gangguan *square* sebagai berikut:

- a. Sinyal *square* kecil, bernilai 0.25 N



- b. Sinyal *square* besar, bernilai 1 N



LAMPIRAN C

Biodata Penulis



Penulis bernama Heri Purnawan, lahir di Lamongan, 06 Juni 1993. Penulis merupakan anak tunggal dari pasangan Suminto dan Martiah. Penulis menempuh pendidikan formal dimulai dari TK Swandayani Jubel Kidul (1998-1999), SDN Jubel Kidul 1 (1999-2005), SMP Negeri 1 Sugio (2005-2008), dan MA Negeri Lamongan (2008-2011). Setelah lulus dari MA, pada tahun 2011 penulis melanjutkan studi ke jenjang S1 di Jurusan Matematika ITS Surabaya melalui jalur SNMPTN Undangan dengan NRP 1211 100 024. Di Jurusan Matematika, penulis mengambil Bidang Minat Matematika Terapan. Selain aktif kuliah, penulis juga aktif berorganisasi di KM ITS melalui HIMATIKA ITS sebagai staf Depart. Kesejahteraan Mahasiswa (2012-2013), staf Kementerian Kesejahteraan Mahasiswa BEM ITS (2012-2013) dan Kepala Depart. Kesejahteraan Mahasiswa (2013-2014). Selain itu, penulis juga melaksanakan Kerja Praktek dan Tugas Akhir di Bidang Teknologi Avionik, Pusat Teknologi Penerbangan, Lembaga Penerbangan dan Antariksa Nasional (LAPAN) pada tahun 2014-2015.

Informasi lebih lanjut mengenai Tugas Akhir ini dapat ditujukan ke penulis melalui email: heripurnawan93@gmail.com